

ACTA DE EVALUACIÓN DE LA TESIS DOCTORAL

Año académico 2017/18

DOCTORANDO: **CANGAS PRADILLOS, ROBERTO**
D.N.I./PASAPORTE: ****194

PROGRAMA DE DOCTORADO: **D411-CIENCIAS**
DPTO. COORDINADOR DEL PROGRAMA: **FÍSICA Y MATEMÁTICAS**
TITULACIÓN DE DOCTOR EN: **DOCTOR/A POR LA UNIVERSIDAD DE ALCALÁ**


En el día de hoy 23/03/18, reunido el tribunal de evaluación nombrado por la Comisión de Estudios Oficiales de Posgrado y Doctorado de la Universidad y constituido por los miembros que suscriben la presente Acta, el aspirante defendió su Tesis Doctoral, elaborada bajo la dirección de **MIGUEL ÁNGEL HIDALGO MORENO**.

Sobre el siguiente tema: *ESTUDIO SEMICLÁSICO DEL MAGNETOTRANSPORTE EN UN SISTEMA ELECTRÓNICO BIDIMENSIONAL SOMETIDO A INTERACCIÓN ESPÍN-ÓRBITA*

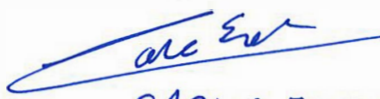
Finalizada la defensa y discusión de la tesis, el tribunal acordó otorgar la CALIFICACIÓN GLOBAL¹ de (no apto, aprobado, notable y sobresaliente): sobresaliente

Alcalá de Henares, 23 de marzo de 2018

EL PRESIDENTE


Fdo.: Francisco Batallan Casas

EL SECRETARIO


Fdo.: CARLOS ESEBBAG

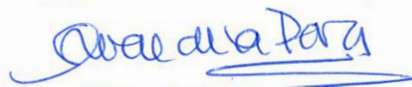
EL VOCAL


Fdo.: Carlos Díaz Paniagua

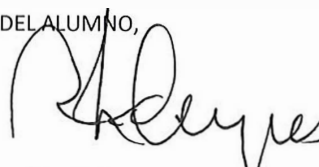
Con fecha 7 de mayo de 2018 la Comisión Delegada de la Comisión de Estudios Oficiales de Posgrado, a la vista de los votos emitidos de manera anónima por el tribunal que ha juzgado la tesis, resuelve:

- ☒ Conceder la Mención de "Cum Laude"
☐ No conceder la Mención de "Cum Laude"

La Secretaria de la Comisión Delegada



FIRMA DEL ALUMNO,


Fdo.: ROBERTO CANGAS PRADILLO

¹ La calificación podrá ser "no apto" "aprobado" "notable" y "sobresaliente". El tribunal podrá otorgar la mención de "cum laude" si la calificación global es de sobresaliente y se emite en tal sentido el voto secreto positivo por unanimidad.



Universidad
de Alcalá

COMISIÓN DE ESTUDIOS OFICIALES
DE POSGRADO Y DOCTORADO

En aplicación del art. 14.7 del RD. 99/2011 y el art. 14 del Reglamento de Elaboración, Autorización y Defensa de la Tesis Doctoral, la Comisión Delegada de la Comisión de Estudios Oficiales de Posgrado y Doctorado, en sesión pública de fecha 7 de mayo, procedió al escrutinio de los votos emitidos por los miembros del tribunal de la tesis defendida por CANGAS PRADILLOS, ROBERTO, el día 23 de marzo de 2018, titulada *ESTUDIO SEMICLÁSICO DEL MAGNETOTRANSPORTE EN UN SISTEMA ELECTRÓNICO BIDIMENSIONAL SOMETIDO A INTERACCIÓN ESPÍN-ÓRBITA*, para determinar, si a la misma, se le concede la mención "cum laude", arrojando como resultado el voto favorable de todos los miembros del tribunal.

Por lo tanto, la Comisión de Estudios Oficiales de Posgrado **resuelve otorgar** a dicha tesis la

MENCIÓN "CUM LAUDE"

Alcalá de Henares, 8 de mayo de 2018
EL VICERRECTOR DE INVESTIGACIÓN Y TRANSFERENCIA



F. Javier de la Mata de la Mata

Copia por e-mail a:

Doctorando: CANGAS PRADILLOS, ROBERTO

Secretario del Tribunal: CARLOS ESEBBAG BENCHIMOL

Director/a de Tesis: MIGUEL ÁNGEL HIDALGO MORENO



Universidad
de Alcalá

ESCUELA DE DOCTORADO
Servicio de Estudios Oficiales de
Posgrado

DILIGENCIA DE DEPÓSITO DE TESIS.

Comprobado que el expediente académico de D./D^a _____
reúne los requisitos exigidos para la presentación de la Tesis, de acuerdo a la normativa vigente, y habiendo
presentado la misma en formato: ☐ soporte electrónico ☐ impreso en papel, para el depósito de la
misma, en el Servicio de Estudios Oficiales de Posgrado, con el nº de páginas: _____ se procede, con
fecha de hoy a registrar el depósito de la tesis.

Alcalá de Henares a _____ de _____ de 20____

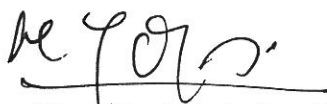


Fdo. El Funcionario

María José Ortiz Beviá , Coordinador de la Comisión Académica del Programa de Doctorado en Ciencias

INFORMA que la Tesis Doctoral titulada **Estudio semicásico del magnetotransporte en un sistema electrónico bidimensional sometido a la interacción spin-órbita** presentada por D/D^a **Roberto Cangas Pradillo**, bajo la dirección del Dr **Miguel Angel Hidalgo Moreno**, reúne los requisitos científicos de originalidad y rigor metodológicos para ser defendida ante un tribunal. Esta Comisión ha tenido también en cuenta la evaluación positiva anual del doctorando, habiendo obtenido las correspondientes competencias establecidas en el Programa.

Para que así conste y surta los efectos oportunos, se firma el presente informe en Alcalá de Henares a 8 de Noviembre de 2017

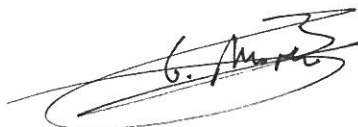


Fdo.: María José Ortiz Beviá



Fdo: Blanca Ruiz Zapata

Vocal Línea Geología Ambiental



Fdo Gabriel Moreno Horcajada

Vocal Línea Micología y Geobotánica



Fdo: José Javier Martínez

Vocal Línea Matemáticas



Fdo Antonio Ruiz de Elvira

Vocal Línea Climas, Energía y Riesgo Ambiental

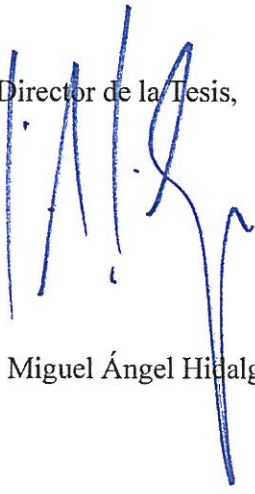
Miguel Ángel Hidalgo Moreno, Dr. en Ciencias Físicas por la Universidad Complutense de Madrid y Profesor Titular en el Departamento de Física de la Universidad de Alcalá,

CERTIFICA:

Que la presente Tesis Doctoral "*Estudio semiclásico del magnetotransporte en un sistema electrónico bidimensional sometido a interacción espín-órbita*", elaborada por D. Roberto Cangas Pradillo, dirigida por Miguel Ángel Hidalgo Moreno, y con la que opta al título de Doctor por la Universidad de Alcalá dentro del Programa de Doctorado en Ciencias, se encuentra finalizada y reúne las condiciones necesarias para su tramitación y posterior defensa pública ante la correspondiente comisión.

Y para que así conste, se firma el presente certificado en Alcalá de Henares,
a 25 de octubre de 2017

El Director de la Tesis,



Dr. Miguel Ángel Hidalgo Moreno



Programa de Doctorado en Ciencias

**ESTUDIO SEMICLÁSICO DEL
MAGNETOTRANSPORTE EN UN SISTEMA
ELECTRÓNICO BIDIMENSIONAL SOMETIDO A
INTERACCIÓN ESPÍN-ÓRBITA**

Tesis Doctoral presentada por

Roberto Cangas Pradillo

2017

Estudio Semiclásico del Magnetotransporte en un Sistema Electrónico Bidimensional Sometido a Interacción Espín-Órbita



Tesis Doctoral presentada por

Roberto Cangas Pradillo

Programa de Doctorado en Ciencias

Director:

Dr. Miguel Ángel Hidalgo Moreno

Alcalá de Henares, 2017

*A Mari Carmen, Julito y Nachete, que me
han acompañado durante todo este tiempo.*

Don Quijote, Capítulo XVII, 2ª parte

.....

Llegó en esto el carro de las banderas, en el cual no venía otra gente que el carretero, en las mulas, y un hombre sentado en la delantera. Púsose don Quijote delante y dijo:

—¿Adónde vais, hermanos? ¿Qué carro es este, qué lleváis en él y qué banderas son aquestas?

A lo que respondió el carretero:

—El carro es mío; lo que va en él son dos bravos leones enjaulados, que el general de Orán envía a la corte, presentados a Su Majestad; las banderas son del rey nuestro Señor, en señal que aquí va cosa suya.

¿Y son grandes los leones? —preguntó don Quijote.

—Tan grandes —respondió el hombre que iba a la puerta del carro—, que no han pasado mayores, ni tan grandes, de África a España jamás; y yo soy el leonero y he pasado otros, pero como estos, ninguno. Son hembra y macho: el macho va en esta jaula primera, y la hembra en la de atrás, y ahora van hambrientos porque no han comido hoy; y, así, vuesa merced se desvíe, que es menester llegar presto donde les demos de comer.

A lo que dijo don Quijote, sonriéndose un poco:

—¿Leoncitos a mí? ¿A mí leoncitos, y a tales horas? Pues ¡por Dios que han de ver esos señores que acá los envían si soy yo hombre que se espanta de leones! Apeaos, buen hombre, y pues sois el leonero, abrid esas jaulas y echadme esas bestias fuera, que en mitad desta campaña les daré a conocer quién es don Quijote de la Mancha, a despecho y pesar de los encantadores que a mí los envían.

.....

.....

Oído lo cual por Sancho, con lágrimas en los ojos le suplicó desistiese de tal empresa, en cuya comparación habían sido tortas y pan pintado la de los molinos de viento y la temerosa de los batanes y, finalmente, todas las hazañas que había acometido en todo el discurso de su vida.

—Mire, señor —decía Sancho—, que aquí no hay encanto ni cosa que lo valga; que yo he visto por entre las verjas y resquicios de la jaula una uña de león verdadero, y saco por ella que el tal león cuya debe de ser la tal uña es mayor que una montaña.

Del mismo modo, de la medida de un observable, y con un poco de imaginación, se puede construir un modelo que explique un proceso de la naturaleza.

Resumen

En esta memoria se presenta un modelo semiclásico de magnetotransporte de sistemas electrónicos bidimensionales, confinados en heteroestructuras semiconductoras, y donde los electrones están afectados por la interacción espín-órbita, tanto la producida por potenciales externos (efecto Rashba) como la producida por el potencial intrínseco cristalino (efecto Dresselhauss), como se detalla en los trabajos publicados y presentados en esta memoria, y que son fundamento de esta Tesis. El modelo reproduce los resultados experimentales medidos por diversos autores, tanto de las oscilaciones de Shubnikov-de Haas, como las mesetas del efecto Hall cuántico.

Abstract

In this paper we present a semiconductor model of magnetotransport of two-dimensional electronic systems, confined in semiconductor heterostructures, and where the electrons are affected by the spin-orbit interaction, produced by external potentials (Rashba effect) and/or produced by the potential crystalline intrinsic (Dresselhauss effect), as detailed in the works published and presented in this report, and which are the basis of this Thesis. The model reproduces the experimental results measured by various authors, both of the Shubnikov-de Haas oscillations, and the quantum Hall effect plateaus.

ÍNDICE

1	Introducción.....	1
2	Sistema Electrónico Bidimensional.....	5
2.1	Sistema Electrónico Bidimensional confinado en un Pozo Cuántico.....	5
2.2	Sistema Electrónico Bidimensional con Interacción Espín-Órbita	8
2.2.1	Interacción Espín-Órbita producida por la Asimetría del Potencial Cristalino8	
2.2.2	Interacción Espín-Órbita producida por la Asimetría del Potencial de Confinamiento en la Heteroestructura	11
2.3	Sistema Electrónico Bidimensional en Presencia de un Campo Magnético ..	15
2.3.1	Sistema Electrónico Bidimensional en un Campo Magnético sin Interacción Espín-Órbita.....	16
2.3.2	Sistema Electrónico Bidimensional en un Campo Magnético sometido a Interacción Espín-Órbita del tipo SIA.....	21
3	Magnetotransporte.....	23
3.1	Teoría Clásica de la Magnetoconducción.....	23
3.2	Aproximación Semiclásica de la Magnetoconducción.....	25
3.2.1	Función de Distribución de un Sistema Electrónico Bidimensional sometido a un Campo Eléctrico y a un Campo Magnético.	26
3.2.2	Magnetoconductividad	28
3.3	Efecto Hall Cuántico Entero y Oscilaciones de Shubnikov-de Haas	33
4	Artículos	37
4.1	Artículo: <i>Rashba spin-orbit coupling in a two-dimensional electron system under quantum Hall regime.</i> R. Cangas, M. A. Hidalgo. <i>Physica E</i> 41 (2009) 1306– 1309. 39	
4.2	Artículo: <i>Rashba spin-orbit coupling effect on the quantum Hall magnetoresistivity.</i> M. A. Hidalgo, R. Cangas. <i>Physica E</i> 42 (2010) 1329-1332.	43
4.3	Artículo: <i>Spin magnetotransport in a two-dimensional electron system confined in a quantum well.</i> R. Cangas, M.A. Hidalgo. <i>Semiconductor Science and Technology</i> 26 (2011) 105016 (7pp).	45
4.4	Artículo: <i>Magnetotransport in a two-dimensional system confined in wurtzite Al_x Ga_{1-x} N/GaN heterostructure.</i> R. Cangas, M. A. Hidalgo. <i>Applied Physics Letters</i> 102, 162413 (2013).	49
4.5	Artículo: <i>Influence of the Spin-Orbit Interaction on the Magnetotransport Properties of a Two-Dimensional Electron System.</i> R. Cangas, M. H. Hidalgo, <i>SPIN</i> Vol. 5, No. 3 (2015) 1530003 (13 pages), World Scientific Publishing Company.....	53
5	Conclusiones.....	55
6	Referencias	57
7	Agradecimientos.....	61
8	ANEXO	63

Capítulo 1

1 Introducción

En esta memoria se detallan los cálculos de relevancia en el trabajo de investigación realizado para la obtención del título de Doctor, que consiste en el estudio y modelización de las propiedades de magnetotransporte de un SE2D en presencia de IEO, y que no se explicitan en los artículos presentados para la defensa de esta Tesis Doctoral, puesto que estos han sido publicados en revistas especializadas en las que se obvia este tipo de cálculos.

En el documento se describe un modelo semiclásico de magnetotransporte aplicado a un sistema electrónico bidimensional (SE2D), el cual está confinado en una heteroestructura semiconductor, estando los electrones de dicho sistema afectados por interacción espín-órbita (IEO). Dicha interacción está producida por potenciales eléctricos, tanto por el potencial intrínseco cristalino, como por el potencial extrínseco creado en la formación de dicha heteroestructura. Una de las técnicas utilizadas para medir la influencia de la IEO en los SE2D, se basa en la magnetoconducción, y en concreto las oscilaciones SdH en condiciones de medida de efecto Hall cuántico, es decir, en sistemas bidimensionales con pocos defectos e impurezas, y a temperaturas próximas a 0K. Dicho modelo semiclásico de magnetotransporte se ha desarrollado en la aproximación monoelectrónica, y donde se han utilizado los siguientes argumentos y aproximaciones: uso de la aproximación de la masa efectiva para los electrones, la función estadística de distribución de los estados energéticos es la de Fermi, el transporte de portadores se rige por la ecuación de transporte de Boltzmann en la aproximación del tiempo de relajación. El Hamiltoniano de los portadores contiene un término de IEO que modificará los valores de la magnetorresistividad.

Por otro lado, el modelo semiclásico de magnetotransporte presentado en este trabajo está basado en dos suposiciones físicas: la primera es la existencia de un flujo de electrones desde (hacia) el pozo cuántico donde está confinado el SE2D hacia (desde) la heteroestructura (la heteroestructura se comporta como una *fuentesumidero* de portadores), y donde variaciones en la concentración del SE2D se producen con variaciones despreciables de la concentración en el entorno 3D de la heteroestructura; la segunda suposición física es que no solo el campo magnético externo rompe la degeneración del espín, sino también la IEO, dividiendo cada SE2D en dos subsistemas con espín paralelo y antiparalelo al campo magnético, respectivamente. La primera suposición implica un valor constante del nivel de Fermi en el SE2D, estando fijado este por el entorno tridimensional que rodea al sistema. La segunda indica que el SE2D se puede tratar como la suma de subsistemas independientes con espines opuestos.

La electrónica ha evolucionado a lo largo de su corta historia con el desarrollo de dispositivos cada vez más pequeños, llegando actualmente a la realización de estructuras semiconductoras con tamaño del orden de decenas de Angstrom (Å) ($1\text{Å}=10^{-10}\text{m}$). Las técnicas de crecimiento epitaxial han permitido la creación de estructuras donde es posible realizar el confinamiento de electrones en una dirección, como por ejemplo el pozo cuántico formado en la heterounión de dos materiales

Capítulo 1 - Introducción

semiconductores diferentes. Cuando la longitud de confinamiento es menor que la “longitud de onda de De Broglie”, el sistema electrónico se comporta como un sistema electrónico bidimensional (SE2D) [1] (realmente el sistema es *cuasi-bidimensional*, ya que tiene un espesor físico determinado en la dirección de confinamiento). Las características cuánticas de dicho SE2D tienen consecuencias a nivel macroscópico. De hecho, una de las manifestaciones cuánticas más importantes en el SE2D es el “efecto Hall cuántico” (EHC).

El EHC fue observado en 1980 por *K. v. Klitzing et al.* [2] cuando medían la magnetoconducción de un sistema electrónico bidimensional a muy bajas temperaturas (próximas a 0K). Dicho SE2D estaba confinado en la capa de inversión de un transistor de efecto campo. La característica más significativa del EHC es la aparición de valores constantes de la magnetorresistividad Hall (ρ_{Hall}), observados a determinados valores del campo magnético aplicado, y dados por la relación:

$$\rho_{Hall} = \rho_{xy} = \frac{h}{ie^2} = \frac{25812.80}{i} \Omega \quad (1-1)$$

donde h es la constante de Planck, e es la carga del electrón, e “ i ” es un número entero (se asume que el SE2D está en el plano (x,y) , y el campo magnético está aplicado en la dirección z). Estos valores experimentales son independientes del material utilizado en la fabricación del dispositivo donde se confina el sistema electrónico. Por otro lado, otro resultado característico en esta medida de magnetoconducción, son las oscilaciones de Shubnikov-de Haas (SdH), en las que aparecen valores de la magnetorresistividad diagonal ρ_{xx} cercanos a cero (incluso de valor cero), observados en intervalos del campo magnético coincidentes con la aparición de los valores cuantizados de ρ_{Hall} . La figura 1.1 muestra las magnetorresistividades Hall y diagonal en función del campo magnético aplicado, calculadas en un SE2D confinado en la capa GaAs de una heterounión de $Al_xGa_{1-x}As/GaAs$ [3]. En dicha figura se muestra cómo ρ_{Hall} es constante en determinados intervalos del campo aplicado, manifestándose la aparición de “mesetas” con valores de la magnetorresistividad ρ_{xy} dados por la relación (1-1). Para estos mismos intervalos del campo, la magnetorresistividad ρ_{xx} presenta valor cero (o valores mínimos).

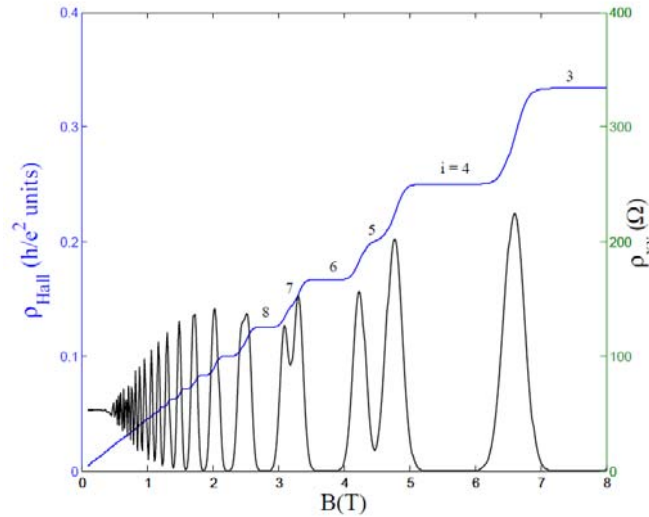


Fig. 1.1 Representación de las magnetorresistencias Hall (azul) y diagonal (negro) frente al campo magnético aplicado, calculadas con el modelo teórico descrito en este trabajo. El valor de “ i ” sobre las “mesetas” corresponde al definido en la ecuación (1-1).

Por otra parte, es importante mencionar que en el proceso de conducción eléctrica, no solo existe la posibilidad de controlar la carga, sino también el espín de los electrones por medio de un campo magnético (o eléctrico), dando lugar a la creación de una nueva disciplina [4]: Espintrónica. En 1990 S. Datta y B. Das [5] propusieron un transistor donde controlaban la polarización del espín de los electrones por medio de un campo eléctrico y la interacción espín-órbita (IEO). En este dispositivo se inyectan electrones con el espín polarizado en una dirección determinada, en el canal creado en el SE2D bajo el contacto de puerta, siendo recolectados por electrodos ferromagnéticos. La idea básica de este dispositivo es controlar la orientación del espín con el voltaje de puerta, y por tanto controlar la corriente de carga asociada. Uno de los factores determinantes que afectan al desarrollo de la espintrónica es el control de la IEO, producida tanto por la interacción de los electrones con los potenciales internos de la red cristalina, como con los formados en heterouniones donde está confinado el SE2D. Los primeros estudios de interacción espín-órbita fueron realizados por G. Dresselhaus (1955) [6], quien analizó la IEO producida por el campo eléctrico intrínseco del cristal, y por E.I. Rashba (1960) [7,8], quien estudió la interacción del electrón con el campo eléctrico creado por la asimetría del potencial de la heterounión semiconductor que contiene al SE2D. En 1989 Das et al. [9] obtuvieron una evidencia experimental del desdoblamiento de espín producido por el potencial asimétrico creado en una heterounión semiconductor.

Los estudios pioneros en España sobre el efecto Hall cuántico fueron realizados por el Instituto de Ciencia de Materiales del Consejo Superior de Investigaciones Científicas. No sólo llevaron a cabo medidas experimentales del efecto Hall cuántico entero, sino que abordaron el análisis teórico del fenómeno, tratando de entender los mecanismos físicos teóricos responsables del mismo [10-12].

Este documento describe el modelo semiclásico de magnetotransporte mencionado anteriormente, y se estructura de la siguiente manera:

Capítulo 1 - Introducción

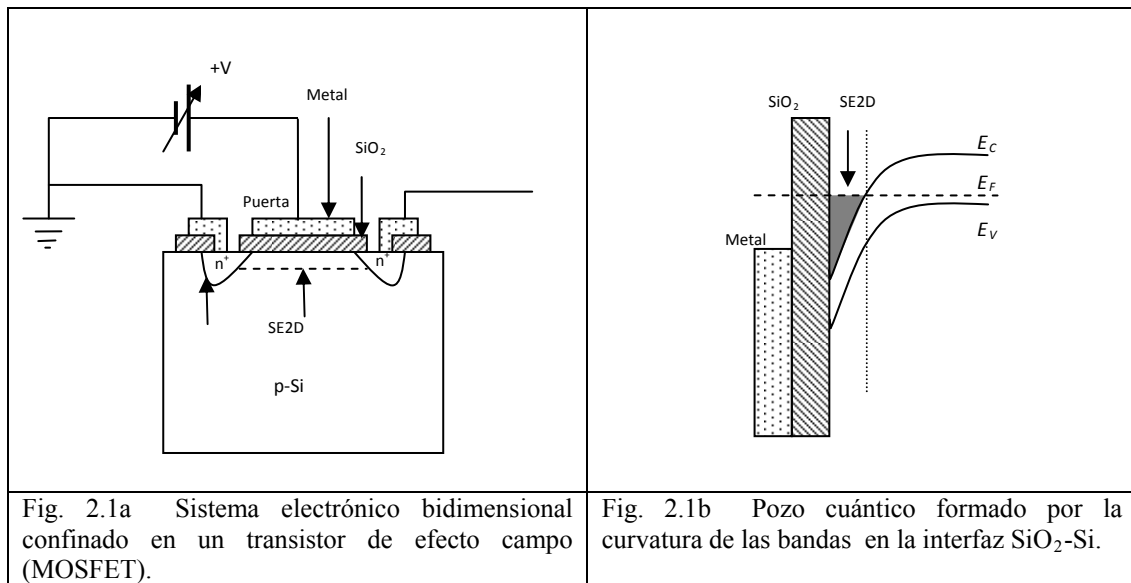
- en el capítulo 2 se describe un SE2D confinado en un pozo de potencial en una heterounión semiconductor, y la modificación de los estados energéticos al someter el sistema a la IEO, tanto la producida por el potencial intrínseco del cristal (efecto Dresselhauss), como la producida por la asimetría del potencial de confinamiento (efecto Rashba). Se describe el sistema cuando está inmerso en un campo magnético y la IEO está presente, y en concreto se determina la densidad de estados en estas condiciones, tanto cuando el SE2D ocupa una o más de una subbanda del pozo.
- en el capítulo 3 se desarrolla el modelo semiclásico de magnetotransporte, obteniéndose el tensor de magnetoconductividad (magnetorresistividad), y explicando la aparición de mesetas en la magnetorresistividad Hall. Se analiza el comportamiento de las magnetorresistividades cuando la IEO está presente,.
- en el capítulo 4 se describen los resultados obtenidos en los cuatro artículos publicados.
- en el ANEXO se adjunta una copia de los artículos publicados por el autor.

Capítulo 2

2 Sistema Electrónico Bidimensional

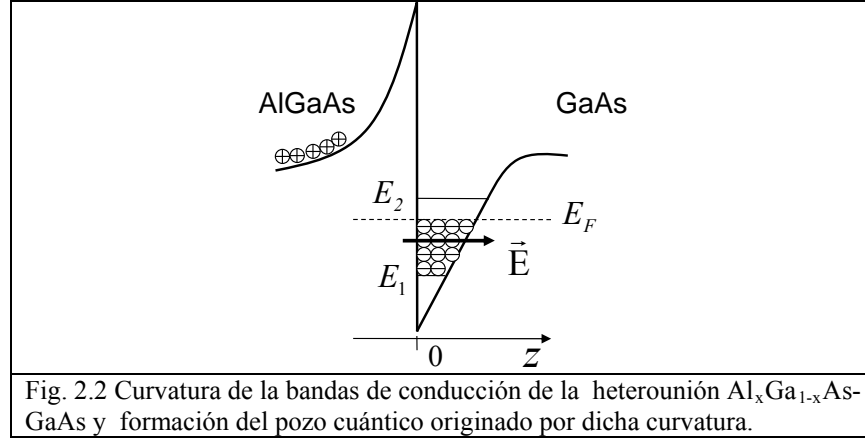
2.1 Sistema Electrónico Bidimensional confinado en un Pozo Cuántico.

Un sistema electrónico bidimensional (SE2D) es aquel en el que el movimiento de los electrones está confinado en una dirección (normalmente la dirección z), permitiéndose el movimiento de los mismos en el plano perpendicular a la dirección de confinamiento (plano (x,y)). La realización de un SE2D se obtiene confinando electrones en un pozo cuántico, como el formado en la unión SiO_2 -Si de un MOSFET (transistor de efecto campo) [13], tal como se muestra en la figura 2.1a. En estos dispositivos se puede controlar experimentalmente la concentración de los electrones del SE2D por medio del potencial de puerta. Este potencial atrae y confina los electrones en la zona p-Si de la unión p-Si/ SiO_2 /Metal. Los niveles energéticos correspondientes están representados en la figura 2.1b, donde E_C y E_V representan las bandas de conducción y valencia, respectivamente, y E_F el nivel de Fermi. El pozo creado es del tipo triangular (ver mas abajo), y la profundidad del mismo puede regularse con el potencial aplicado a la puerta.



Otro tipo de confinamiento de un SE2D es el que se produce, por ejemplo, en el pozo cuántico creado en la unión de dos semiconductores diferentes de la familia III-V, tal como $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -GaAs [14]. A la unión de dos semiconductores diferentes se denominará en esta memoria “heterounión semiconductor”. Esta heterounión forma parte de una estructura formada por varias capas de semiconductoras, con o sin dopar, que forman el dispositivo, y que se denominará “heteroestructura semiconductor”. Supongamos que unimos un material de $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ con dopado “n” con otro de GaAs

sin dopar. Cuando ambos materiales se unen, en equilibrio se iguala el potencial químico (Energía de Fermi E_F), curvándose las bandas tal como se muestra en la figura 2.2, quedando atrapados los electrones en la interfaz AlGaAs/GaAs, donde se ha creado un pozo cuántico por la disminución de la energía de la banda de conducción en el GaAs debido al potencial negativo de los electrones.



En ambos tipos de confinamiento es usual modelizar el pozo cuántico como un pozo infinito triangular [15], estando la energía de los electrones está cuantizada en niveles energéticos (subbandas) de valor

$$E_i = \left(\frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^{1/3} \left[\frac{3\pi}{2} |e| E (i - 1/4) \right]^{2/3} \quad (2-1a)$$

donde $i = 1, 2, 3, \dots$ es el índice de la subbanda, E es el campo eléctrico perpendicular al sistema, e es la carga del electrón, m^* la masa efectiva del electrón, y $\hbar = h/2\pi$. La figura 2.2 muestra los niveles energéticos (E_1, E_2) del pozo y el nivel de Fermi (E_F) del sistema. Otro tipo de aproximación de pozo cuántico, utilizado en heterouniones semiconductoras de elementos III-V, es el pozo rectangular infinito. Los niveles energéticos del pozo vienen determinados por la relación

$$E_i = (i\pi\hbar)^2 / (8m^* d^2) \quad (2.1b)$$

donde d es la anchura del pozo.

Como hemos asumido, la dirección de confinamiento es el eje z , los electrones se moverán en el plano (x, y) , estando determinada la energía de los mismos por

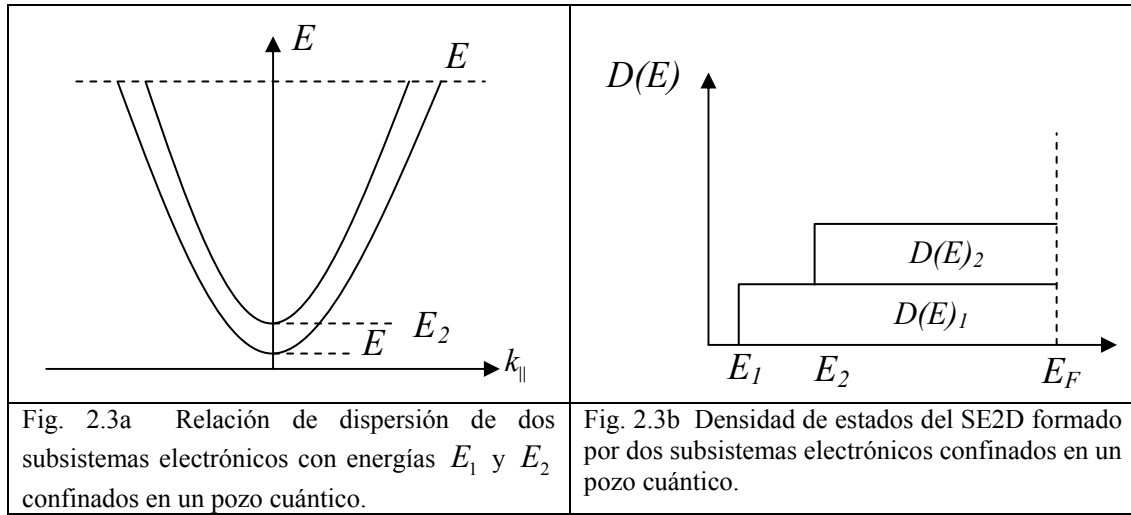
$$E = E_i + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (2-2)$$

donde $\vec{k}(k_x, k_y)$ es el vector de onda del electrón, y donde se ha utilizado la aproximación de la masa efectiva. Los electrones del SE2D pueden ocupar los estados energéticos de la primera subbanda del pozo ($E_{i=1}$), o los estados de varias subbandas

($E_{i \geq 1}$). La figura 2.3a muestra la relación de dispersión (Ec. 2-2) de un SE2D confinado en un pozo con 2 subbandas ocupadas. Cuando están ocupadas dos subbandas, se puede considerar al SE2D como un sistema formado por dos subsistemas independientes, relacionados con los niveles E_1 y E_2 , respectivamente. Teniendo en cuenta que la densidad de estados (DdE) de un gas electrónico ideal bidimensional es $D(E) = m^* / (\pi \hbar^2)$ [15] (donde se ha tenido en cuenta la degeneración de espín), la DdE asociada a cada subbanda E_i se expresa como

$$D(E)_i = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} ; \quad E_i \leq E \leq E_F \quad (2-3)$$

donde E_F es el nivel de Fermi del sistema. En la figura 2.3b se representan las densidades de estados de los dos subsistemas (Ec. 2-3).



De este modo, en el caso de dos subbandas ocupadas la concentración total de electrones se obtiene con la expresión

$$n_e = n_{e1} + n_{e2} = \int_{E_1}^{\infty} f_0(E) D(E)_1 dE + \int_{E_2}^{\infty} f_0(E) D(E)_2 dE \quad (2-4)$$

donde n_{e1} y n_{e2} son las concentraciones en las subbandas E_1 y E_2 , respectivamente, y $f_0(E) = 1 / [\exp\{(E - E_F)/(KT)\} + 1]$ la función de distribución de Fermi en equilibrio. A temperaturas próximas al cero absoluto se puede considerar $f_0(E) \approx 1$ en el intervalo $E_i \leq E \leq E_F$ y $f_0(E) \approx 0$ si $E > E_F$, simplificándose la ecuación (2-4) de la forma:

$$n_e = n_{e1} + n_{e2} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} (E_F - E_1) + \frac{m^*}{\pi \hbar^2} (E_F - E_2) \quad (2-5)$$

Por otro lado, cuando $T \neq 0K$, a partir de la densidad de portadores de cualquiera de las subbandas ocupadas, se puede determinar el nivel de Fermi del SE2D mediante la expresión [16]

$$E_F = E_i + KT \left[\ln \left(\exp \left\{ \hbar^2 \pi n_{ei} / (kTm^*) \right\} \right) - 1 \right] \quad (2-6)$$

tendiendo a $E_F = E_i + \hbar^2 \pi n_{ei} / m^*$ cuando $T \approx 0K$.

Para estimar los órdenes de magnitud de las expresiones anteriores, se supone un pozo cuántico triangular formado en el compuesto InGaAs, con una concentración de portadores $n_e = 3 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$, con masa efectiva $m^* = 0.05m_0$ (m_0 es la masa del electrón libre). El campo eléctrico formado en el pozo se ha calculado mediante la relación $E = e n_e / (2\epsilon_0 \epsilon_r)$ ($\epsilon_r = 13$), obteniéndose un valor de $2.09 \times 10^7 \text{ Vm}^{-1}$. Los niveles de energía de las dos primeras subbandas calculados con la Ec. (2-1a) son $E_1 = 0.161 \text{ eV}$ y $E_2 = 0.283 \text{ eV}$, respectivamente, y el valor de la energía de Fermi calculada a $T \approx 0K$ con la Ec. (2-5), $E_F = 0.294 \text{ eV}$. El valor del nivel de Fermi con respecto a E_i determina la ocupación de las subbandas. En este caso, las concentraciones en cada subbanda, son $n_{e1} = 2.77 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ y $n_{e2} = 2.30 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, respectivamente.

2.2 Sistema Electrónico Bidimensional con Interacción Espín-Órbita

La interacción espín-órbita (IEO) es la interacción del espín de la partícula con el movimiento de la misma cuando está en presencia de un campo eléctrico, produciendo un cambio en el estado energético de la partícula. Un electrón que se mueve a una velocidad \vec{v} en el seno de un campo eléctrico \vec{E} , está afectado en su sistema de referencia, por la presencia de un campo magnético efectivo $\vec{B}_{ef} = \vec{v} \times \vec{E} / c^2$. El cambio de energía debido a la IEO puede asimilarse a un cambio energético por efecto Zeeman, debido a la presencia de este campo magnético efectivo.

Como se ha indicado en la introducción de esta memoria, en sistemas electrónicos confinados en heteroestructuras semiconductoras, los electrones pueden estar sometidos a IEO por interacción con el potencial cristalino del material, y/o por la interacción con el campo eléctrico producido por la asimetría del potencial de confinamiento en dicha heteroestructura.

2.2.1 Interacción Espín-Órbita producida por la Asimetría del Potencial Cristalino

La simetría del potencial cristalino del material donde está confinado el sistema electrónico, juega un papel fundamental en el cálculo de los estados energéticos de los electrones [15], como ocurre en cristales III-V (con estructura del tipo Blenda) o en cristales del tipo GaN (Wurtzita) [19]. Cuando el potencial cristalino no tiene simetría de inversión, los electrones estarán afectados por un campo eléctrico, cuya intensidad

dependerá de la dirección de movimiento de los mismos, poniéndose de manifiesto la interacción espín-órbita. La IEO debida a este efecto se refiere en la literatura con las siglas BIA (del inglés *Bulk Inversion Asymmetry*), y fue estudiada teóricamente por G. Dresselhauss en 1955 [6] (de hecho, al acoplamiento espín-órbita por efecto BIA también se le denomina *efecto Dresselhauss*).

En compuestos III-V, el Hamiltoniano de la IEO del tipo BIA viene dado por la expresión

$$H_{BIA} = \gamma \left[\sigma_x k_x (k_y^2 - k_z^2) + \sigma_y k_y (k_z^2 - k_x^2) + \sigma_z k_z (k_x^2 - k_y^2) \right] \quad (2-7)$$

donde las direcciones (x, y, z) se corresponden con los ejes cúbicos cristalográficos, $\vec{k}(k_x, k_y, k_z)$ es el vector de onda, y $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ son las matrices de Pauli. En un sistema electrónico cuasibidimensional (con un valor finito del espesor del sistema en la dirección de confinamiento), con dirección de confinamiento “ z ”, el Hamiltoniano (2-7) se simplifica a

$$H_{BIA} = \gamma \left[-\langle k_z^2 \rangle (k_x \sigma_x - k_y \sigma_y) + (k_y^2 k_x \sigma_x - k_x^2 k_y \sigma_y) \right] \quad (2-8)$$

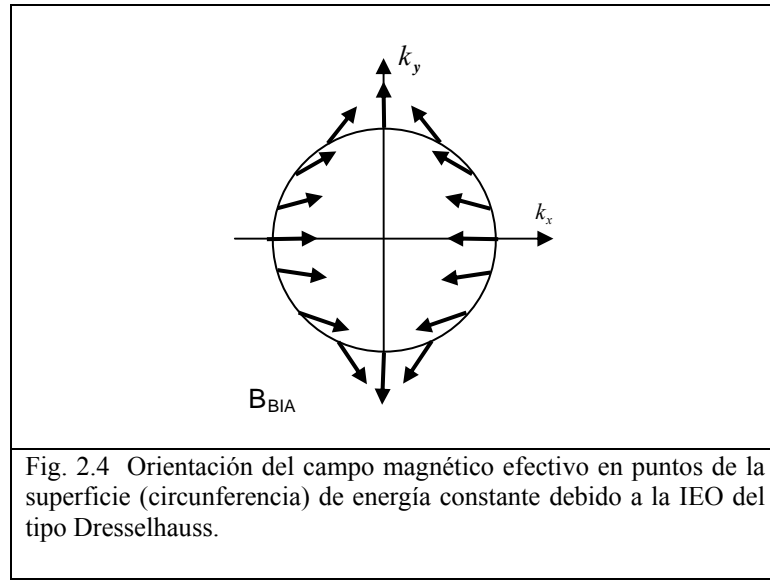
donde $\langle \rangle$ representa el valor medio, y γ es un parámetro que depende del material [20]. Al producto $-\gamma \langle k_z^2 \rangle$ se le denomina “parámetro Dresselhauss β ”. En un pozo de anchura d se puede considerar la relación $\langle k_z^2 \rangle \approx (\pi/d)^2$ [21,22].

Para hacer una estimación de la energía de IEO involucrada, se supone como ejemplo un SE2D confinado en un pozo rectangular de anchura $d = 20 \text{ nm}$, formado en una heterounión $\text{In}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}/\text{GaAs}$. Suponiendo una concentración electrónica en dicho pozo $n_e = 5.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, se obtiene un valor de la energía de Fermi $E_F \approx 0.02 \text{ eV}$, y un vector de onda $k_F^2 = 3.15 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ (se ha supuesto ocupada solo la primera subbanda, con un valor de referencia $E_1 = 0$). Por otro lado, en un pozo con estas características, se ha obtenido experimentalmente un valor de γ de $-7.5 \times 10^{-30} \text{ eVm}^3$ [23,24], siendo el valor del parámetro Dresselhauss $\beta = -\gamma \langle k_z^2 \rangle = 1.9 \times 10^{-13} \text{ eVm}$, donde se ha tenido en cuenta $\langle k_z^2 \rangle \approx 2.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$. Con estos datos se obtiene un valor de la energía de IEO del tipo BIA $\Delta E_{BIA} = 2\beta k_F = 0.7 \times 10^{-4} \text{ eV}$. En la referencia [23] se detallan diferentes valores experimentales de γ medidos en pozos formados en heterouniones $\text{InGaAs}/\text{GaAs}$ y $\text{AlGaAs}/\text{GaAs}$.

El Hamiltoniano expresado en (2-8) tiene un término que depende (linealmente) con k , y otro termino que depende con k^3 . Si el SE2D está confinado en un pozo con espesor muy pequeño (decenas de Å) se cumple $\langle k_z^2 \rangle \gg k_F^2$ [23], y en la Ec. (2-7) se puede despreciar el término cúbico en k frente al término lineal, reduciéndose en este caso el Hamiltoniano (2-8) a la expresión:

$$H_{BIA} = \beta (k_x \sigma_x - k_y \sigma_y) \quad (2-9)$$

Como se ha indicado anteriormente, la IEO se puede asemejar a un efecto Zeeman, es decir, a la interacción del momento magnético del electrón con el campo magnético efectivo. Por tanto la orientación del espín del electrón debido a la IEO del tipo BIA está determinada por este campo, obtenida por medio de la correspondencia $H_{BIA} \sim \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_{BIA}$ [23,25]. Así pues, suponiendo una dependencia lineal de la IEO, las componentes del campo efectivo dependen del vector de onda por $\vec{B}_{BIA} \sim (k_x, -k_y)$. La figura 2.4 muestra la orientación del campo magnético efectivo en función de la dirección de \vec{k} .



De modo que para cada valor de $\vec{k}(k_x, k_y)$ existen dos valores de la energía (en la aproximación lineal) dados por la expresión

$$E = E_i + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm \beta k \quad (2-10)$$

donde los signos \pm se corresponden con los estados energéticos con espín paralelo (-)/ antiparalelo (+) a \vec{B}_{BIA} , y E_i es la energía de la subbanda “i” del pozo cuántico donde está confinado el SE2D. En la referencia [26] se encuentra una descripción completa de los autovalores y autofunciones del Hamiltoniano (2-8).

2.2.2 Interacción Espín-Órbita producida por la Asimetría del Potencial de Confinamiento en la Heteroestructura

Como se ha indicado anteriormente, en heteroestructuras formadas por distintas aleaciones de elementos de los grupos III y V (AlGaAs/GaAs, InGaAs/InAs, InGaN/GaN,...), el SE2D está confinado en el pozo cuántico creado en la heterounión semiconductora dentro de la heteroestructura que forma el dispositivo. Estos electrones también pueden estar polarizados en espín incluso sin necesidad de aplicar ningún campo eléctrico y/o magnético externos, debido al campo eléctrico de confinamiento, siendo dicho campo responsable de la IEO. A este tipo de IEO se le denomina en la literatura con las siglas SIA (del inglés *Structure Inversion Asymmetry*). El primer estudio teórico fue realizado por Rashba en 1960 [7,8] (de hecho, al acoplamiento espín-órbita por efecto SIA también se le denomina *efecto Rashba*). En 1989 Das B. et al. [9] observaron y analizaron el desdoblamiento de espín, causado por este efecto en portadores de un SE2D confinados en una heteroestructura InGaAs/InAlAs.

El Hamiltoniano de interacción espín-órbita para los electrones confinados en dicho pozo está dado por la expresión [8]

$$H_{SIA} = \alpha \vec{n} \cdot (\vec{k} \times \vec{\sigma}) \quad (2-11)$$

donde α es el “parámetro Rashba”, \vec{n} es un vector unitario en la dirección del campo eléctrico, y \vec{k} es el vector de onda del electrón. Si la dirección de confinamiento es z , el Hamiltoniano (2-11) queda

$$H_{SIA} = \alpha (k_x \sigma_y - k_y \sigma_x) \quad (2-12)$$

Utilizando un modelo simple de confinamiento del SE2D en un pozo cuántico, el campo eléctrico se puede calcular en primera aproximación con la expresión $E(r) = E_z = e n_e / 2\epsilon$, donde n_e es la concentración de portadores (igual a la de donores ionizados), $e = |e|$ es la carga del electrón y ϵ la constante dieléctrica absoluta del medio. En este caso, se obtiene una expresión del parámetro Rashba:

$$\alpha = \frac{e \hbar^2 E_z}{4 m^* c^2} \quad (2-13)$$

Con esta sencilla aproximación se obtienen valores teóricos del parámetro α muy inferiores a los determinados experimentalmente ($\alpha_{\text{exp}} \sim 10^{-12} - 10^{-11} \text{ eV}\cdot\text{m}$) [27]. Andrada et al. [28] calcularon un valor teórico más realista del parámetro Rashba, para un pozo triangular en una heteroestructura de elementos III-V (basándose en el modelo de Kane y la aproximación de la función envolvente), obteniendo para un SE2D confinado en $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$, valores de α en el intervalo $10^{-12} - 10^{-11} \text{ eV}\cdot\text{m}$. Por otro lado, Nitta et al. [29] han medido experimentalmente valores del orden de

$\alpha = 0.7 \times 10^{-11} \text{ eV}\cdot\text{m}$ en una heterounión InGaAs/GaAs, pudiendo modificarse dicho parámetro aplicando un potencial externo sobre el SE2D, mediante un contacto metálico de puerta sobre dicho sistema.

Teniendo en cuenta los valores de α y β calculados y medidos en SE2D confinados en aleaciones III-V, queda patente la mayor importancia del efecto Rashba (SIA) ($\alpha \sim 10^{-11} \text{ eV}\cdot\text{m}$) respecto al Dresselhauss (BIA) ($\beta \sim 10^{-13} \text{ eV}\cdot\text{m}$) [23]. Estos valores justifican que en este trabajo, y en concreto en la determinación de la magnetoconducción, se considere solamente la IEO del tipo SIA, despreciando el efecto Dresselhauss.

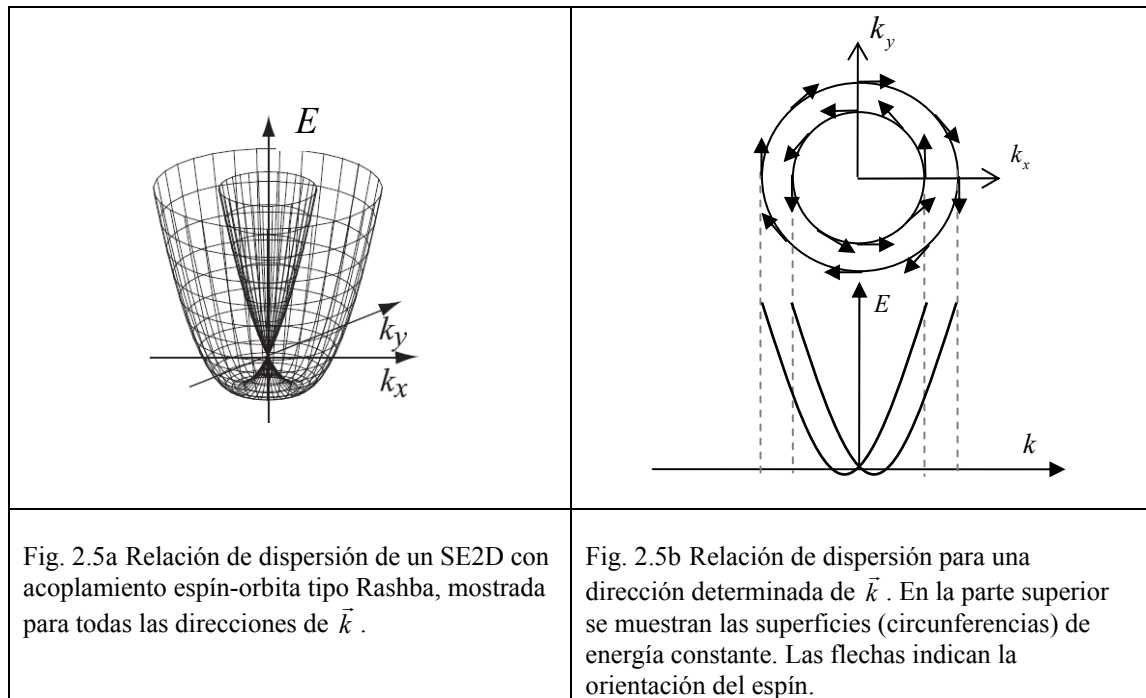
La energía total de los portadores sometidos a IEO del tipo SIA se obtiene resolviendo el Hamiltoniano general del electrón en la aproximación monoeléctrica, con el término (2-12), obteniéndose:

$$E = E_i + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm \alpha k \quad (2-14)$$

Como en el caso anterior, se puede obtener la orientación del espín del electrón debido a la IEO haciendo la correspondencia del Hamiltoniano expresado en (2-12) con un campo magnético efectivo [23,25] por medio de la relación

$$H_{SIA} = \alpha (k_x \sigma_y - k_y \sigma_x) \sim \vec{\sigma} \cdot \vec{B}_{SIA} \quad (2-15)$$

En este caso, la relación de dispersión (Ec. 2-14) consiste en dos ramas con energías E_+ y E_- relacionadas con el término $\pm \alpha k$. En las referencias [20, 26] se encuentra una descripción completa de los autovalores y autofunciones del Hamiltoniano (2-11).



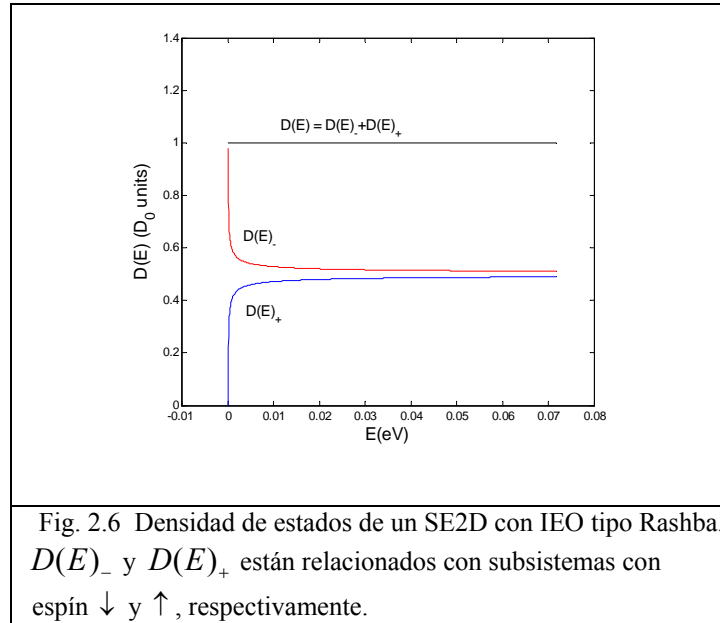
La figura 2.5a muestra la relación de dispersión (2-14) en función de las componentes (k_x, k_y) para la primera subbanda, y donde se ha tomado como referencia $E_{i=1} = 0$. La figura 2.5b muestra las líneas (circunferencias) de energía constante y las orientaciones del espín, así como la relación de dispersión para una dirección determinada de \vec{k} , y que está constituida por dos ramas parabólicas correspondientes a los signos \pm de la relación (2-14).

La densidad de estados (DdE) del SE2D, una vez se considera la IEO del tipo Rashba, está dada por la expresión [16]:

$$D(E)_{i,\pm} = \frac{D_0}{2} \left(1 \mp \frac{\alpha}{\sqrt{(2\hbar^2/m^*)E + \alpha^2}} \right) ; \quad E \geq E_i \quad (2-16)$$

$$D(E)_{i,-} = D_0 \frac{\alpha}{\sqrt{(2\hbar^2/m^*)E + \alpha^2}} ; \quad E < E_i$$

donde $D_0 = m^*/(\pi \hbar^2)$, y E_i es la energía de la subbanda i del pozo cuántico. La figura 2.6 muestra la DdE normalizada del sistema, calculada con los datos utilizados anteriormente.



Existe un valor mínimo de la energía en cada rama E_{\pm} de la ecuación (2-14) (ver figura 2.7a), cuyo valor es

$$E_{\pm}(\vec{k}_{\min}) = -m^* \alpha^2 / 2\hbar^2 \quad (2-17)$$

y que corresponde a valores del vector de onda

$$|\vec{k}_{\min}| = m^* \alpha / \hbar^2 \quad (2-18)$$

Debido al desdoblamiento de la energía por la IEO del tipo Rashba, la concentración total de portadores n_e se obtiene con la expresión (2-4) y la densidad de estados (2-16), y es igual a la suma de las correspondientes a los estados en las ramas E_+ y E_- , es decir:

$$n_e = n_{e+} + n_{e-} \quad (2-19)$$

Los vectores de onda de Fermi relacionados con cada rama se obtienen con la relación

$$n_{e\pm} = \frac{1}{4\pi} k_{F\pm}^2 \quad (2-20)$$

donde $k_{F-} = k_{F+} + 2k_{\min}$, de modo que la energía de Fermi es:

$$E_F = E_{\pm}(k_{F\pm}) = \frac{\hbar^2 k_{F\pm}^2}{2m^*} \pm \alpha k_{F\pm} \quad (2-21)$$

Teniendo en cuenta las expresiones (2-18) y (2-20), se puede obtener el nivel de Fermi en función de la concentración total a partir de la ecuación (2-21):

$$E_F = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} n_e - \frac{\alpha^2 m^*}{\hbar^2} \quad (2-22)$$

Para realizar una estimación de las energías involucradas suponemos un SE2D confinado en una heterounión de InGaAs/InAs, donde solo está ocupada la primera subbanda y donde se toma como referencia cero de energía el nivel de dicha subbanda ($E_1 = 0$). Se considera una masa efectiva de portadores $m^* = 0.05m_0$, una concentración del sistema $n_e = 1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$, y un parámetro Rashba $\alpha = 1 \times 10^{-11} \text{ eVm}$. Con estos datos se obtiene un valor del nivel de Fermi $E_F = 72 \text{ meV}$, y un valor mínimo de la energía de $E_{\pm}(k_{\min}) = -0.033 \text{ meV}$ en cada rama, siendo el vector de onda de energía mínima $k_{\min} = 6.6 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$. Existen dos vectores de onda de Fermi $k_{F\pm}$ (uno por cada rama), teniendo estos un valor $k_{F\pm} \sim 3.0 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$. La figura 2.7a muestra la relación de dispersión (\vec{k}, E) mostrando las magnitudes citadas. La figura 2.7b muestra la relación de dispersión calculada con los datos citados anteriormente.

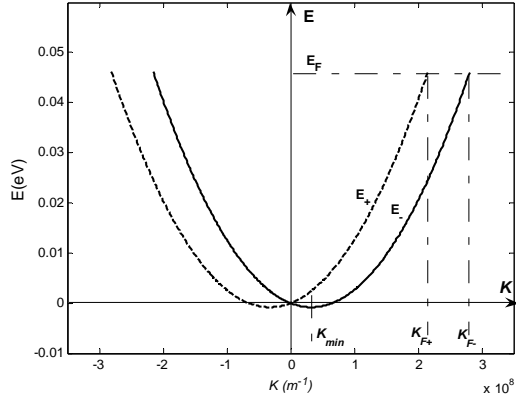


Fig. 2.7a Gráfica teórica de la relación de dispersión (E, \vec{k}) .

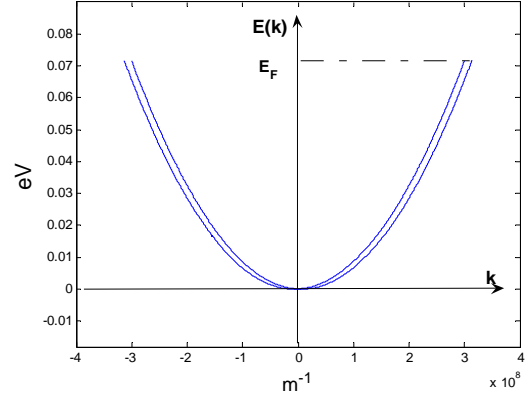


Fig. 2.7b Relación de dispersión obtenida para un SE2D con $n_e = 1.5 \times 10^{16} m^{-2}$, $\alpha = 10^{-11} eVm$ y una masa efectiva de portadores de $0.05m_0$.

A partir de las ecuaciones anteriores podemos obtener las concentraciones n_{e+} y n_{e-} en función del parámetro Rashba, por medio de la expresión:

$$n_{e\pm} = \frac{n_e}{2} \mp \frac{\alpha}{8\pi} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^2 \sqrt{8\pi \left(\frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^2 n_e - \alpha^2} \quad (2-23)$$

Sustituyendo en (2-23) los datos utilizados para la obtención de la figura 2.7b, se obtienen las concentraciones $n_{e+} = 7.18 \times 10^{15} m^{-2}$ y $n_{e-} = 7.82 \times 10^{15} m^{-2}$.

Así pues de la ecuación (2-23) se puede despejar el valor del parámetro Rashba α , dependiendo dicho valor con la concentración electrónica mediante la expresión

$$\alpha = \sqrt{2\pi} \frac{\hbar^2}{2m^*} \left[\sqrt{n_e + \Delta n_e} - \sqrt{n_e - \Delta n_e} \right] \quad (2-24)$$

donde $\Delta n_e = |n_{e+} - n_{e-}|$.

La relación (2-24) es útil en el cálculo del parámetro Rashba ya que, a partir de las medidas de magnetorresistividad (oscilaciones de Shubnikov-de Haas), se pueden obtener las concentraciones de portadores n_{e+} y n_{e-} .

2.3 Sistema Electrónico Bidimensional en Presencia de un Campo Magnético

En este apartado se estudia el comportamiento energético de un sistema electrónico bidimensional en presencia de un campo magnético perpendicular al mismo. La principal consecuencia de ello es la redistribución de la estructura de los

niveles de energía de los electrones, cuantizándose en valores discretos llamados niveles de Landau. Esto además conlleva a una modificación de la densidad de estados (DdE), que será determinante en el comportamiento conductividad eléctrica. También se determina el comportamiento de la densidad de estados cuando además está presente el efecto Zeeman y la IEO.

2.3.1 Sistema Electrónico Bidimensional en un Campo Magnético sin Interacción Espín-Órbita

Cuando se aplica un campo magnético \vec{B} perpendicular al SE2D, los posibles estados de energía corresponden a los niveles de Landau, rompiéndose además la degeneración del espín debido al efecto Zeeman.

Para determinar el efecto del campo magnético sobre los estados energéticos, es necesario considerar el potencial vector $\vec{A}(\vec{r})$, que está relacionado con el campo por medio de la expresión:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) \quad (2-25)$$

Así pues, el Hamiltoniano del sistema formado por una carga q en un campo magnético es [17]:

$$H = \frac{\Pi^2}{2m^*} + H_Z \quad (2-26)$$

Donde $\vec{\Pi} = m\vec{v} = \vec{P} - q\vec{A}$ es la cantidad de movimiento, \vec{P} el momento generalizado, $H_Z = (1/2)g^*\mu_B\vec{\sigma} \cdot \vec{B}$ el término de Zeeman, g^* el factor giromagnético (factor de Landé) efectivo, y $\vec{\sigma}$ las matrices de Pauli.

Si el SE2D se encuentra en el plano (x, y) y el campo magnético está aplicado en la dirección z , se pueden elegir varias formas del potencial vectorial magnético (gauge) que cumplan $\vec{B} = B\hat{z}$ en la Ec. (2-25) (\hat{z} es un vector unitario en esta dirección). Los dos potenciales más utilizados son:

Gauge simétrico que conserva la invariancia rotacional [17,30].

$$\vec{A}(\vec{r}) = -\frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{B} \Rightarrow (A_x, A_y) = \left(-\frac{1}{2}B y, \frac{1}{2}B x \right) \quad (2-27)$$

Gauge de Landau, con invariancia traslacional en el eje OX [17,31].

$$\vec{A}(\vec{r}) = (A_x, A_y) = (0, B x) \quad (2-28)$$

Las funciones de onda de una partícula son distintas dependiendo del gauge utilizado, pero existe invariancia en los observables con respecto a la elección del potencial vector. Así los autovalores del Hamiltoniano (2-26) vienen dados por [32]

$$E_{ns} = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega + s \frac{1}{2} g^* \mu_B B \quad (2-29)$$

donde $n = 0, 1, 2, \dots$ es un entero (índice de Landau) y $\omega = eB/m^*$ la frecuencia ciclotrónica. El factor $s = \pm$ tiene en cuenta la orientación del espín (antiparalelo/paralelo a \vec{B}).

Si el SE2D está confinado en un pozo cuántico en la dirección z , la energía de los electrones pertenecientes a la subbanda “ i ” del pozo tiene un valor $E_{ins} = E_i + E_{ns}$.

Las autofunciones del Hamiltoniano (2-26) utilizando el gauge simétrico (prescindiendo de las funciones del espín), están dadas por la expresión general [17]

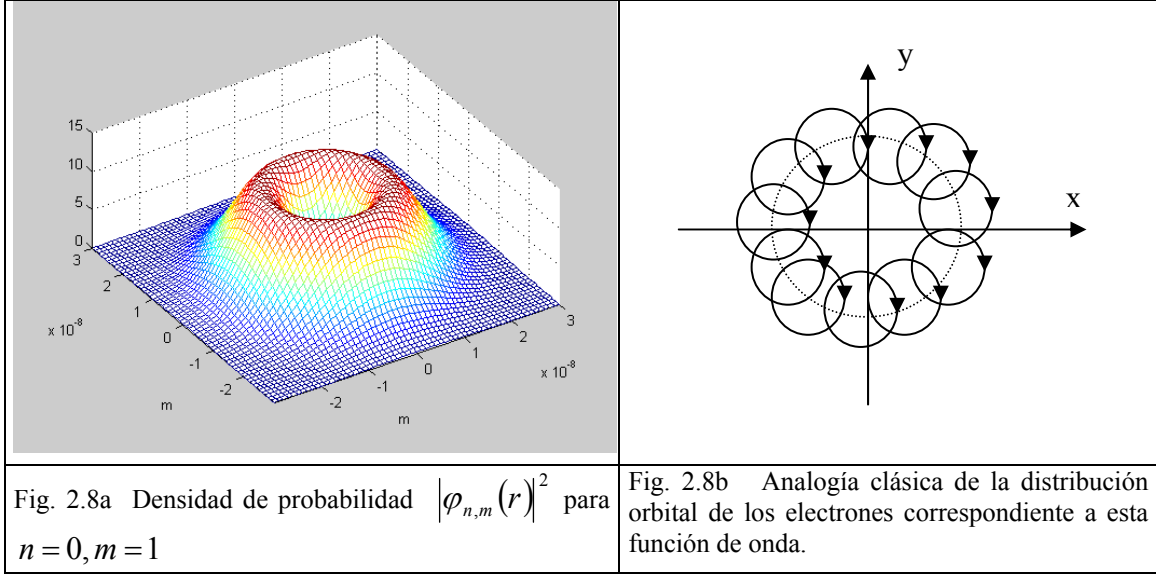
$$\varphi_{n,m}(r) = C_{n,m} \left(\frac{r}{l} \right)^{|m-n|} \exp\left(-\frac{r^2}{4l^2}\right) L_{\left(\frac{n+m-|m-n|}{2}\right)}^{|m-n|}\left(\frac{r^2}{2l^2}\right) \quad (2-30)$$

donde $C_{n,m}$ es una constante de normalización, $n, m = 0, 1, 2, 3, \dots$, $L_p^q(t)$ son los polinomios asociados de Laguerre, y $l = \sqrt{\hbar/eB}$ es la longitud magnética.

Por ejemplo, para el nivel fundamental de Landau, con $n=0$ se obtiene:

$$\varphi_{0,m}(r) = \frac{1}{l \sqrt{2\pi 2^m m!}} \left(\frac{r}{l} \right)^m \exp\left(-\frac{r^2}{4l^2}\right) \quad (2-31)$$

La densidad de probabilidad de existencia del electrón $|\varphi_{0,m}(r)|^2$ está distribuida sobre una circunferencia de radio $r_m = \sqrt{2m+1}l$, y está extendida sobre esta circunferencia una cantidad del orden de l en la dirección radial (ver Figuras 2.8a y 2.8b). Esta distribución circular de la probabilidad no se corresponde con la órbita circular clásica del electrón. La magnitud análoga al radio de la órbita ciclotrón clásica, tiene un valor que depende de n según la expresión $r_L = \sqrt{2n+1}l$. El estado $|n, m\rangle$ es una combinación lineal de muchas órbitas electrónicas de radio r_L , encontrándose el centro geométrico de las mismas sobre una circunferencia de radio r_m [32].



Degeneración de los niveles de Landau

Para calcular la densidad de estados electrónicos que hay en un nivel de Landau, se supone que el SE2D está confinado en una superficie circular de radio R (siendo R varios órdenes de magnitud mayor que l), siendo el área total del sistema $S = \pi R^2$. Teniendo en cuenta que la distribución electrónica se encuentra sobre una circunferencia de radio r_m , como hemos visto anteriormente, solamente se considerarían los estados que caben dentro de esta área S , es decir, cuando se cumple $r_m = \sqrt{2m+1}l \leq R$. Por tanto m tendrá un valor máximo $R^2/2l^2$ (para valores grandes de m se hace la aproximación $\sqrt{2m+1}l \cong \sqrt{2m}l$). El número de estados por unidad de área para cada valor de “ n ” (o por nivel de Landau) es:

$$\frac{n^\circ \text{ estados}}{\text{Area}} = \frac{m}{\pi R^2} = \frac{R^2/2l^2}{\pi R^2} = \frac{1}{2\pi l^2} = \frac{eB}{h} \quad (2-32)$$

La densidad de estados (DdE) está relacionada con la degeneración de cada nivel de Landau. Teniendo en cuenta que el número de estados por unidad de superficie que contiene cada nivel de Landau es $D_0 = eB/h$ para cada orientación de espín [33], la DdE se ha modelizado con la expresión *ad hoc* del tipo gaussiana [13]

$$D(E) = \frac{eB}{h} \sum_i \left\{ \sum_n \sum_s \left[\frac{\pi}{2} \Gamma_{ns}^2 \right]^{-1/2} \times \exp \left\{ \frac{-2(E - E_{ins})^2}{\Gamma_{ns}^2} \right\} \right\} \quad (2-33)$$

donde i indica la subbanda del pozo cuántico, n es el índice de Landau, $s = \pm$ indica el espín, y Γ_{ns} es la anchura de cada nivel de Landau.

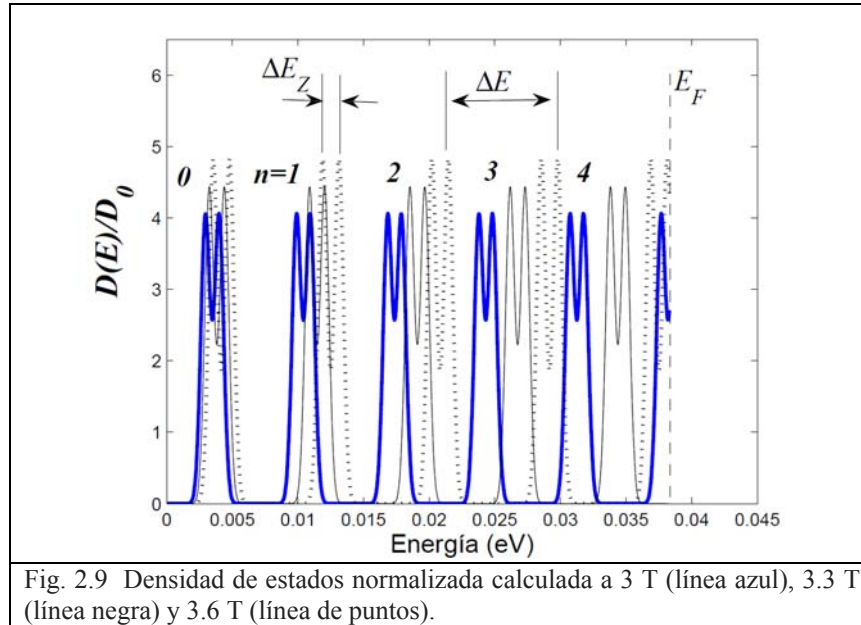
También se ha usado como modelo de la DdE la función “Lorentziana” [13,34]:

$$D(E) = \frac{eB}{h} \sum_i \left\{ \sum_n \sum_s \frac{\pi \Gamma_{ns}}{[(E - E_{ins})^2 + \Gamma_{ns}^2]} \right\} \quad (2-34)$$

Los datos experimentales han mostrado que, en un SE2D confinado en una heteroestructura formada por compuestos III-V, se aproxima mejor la DdE con una función gaussiana de los niveles de Landau.

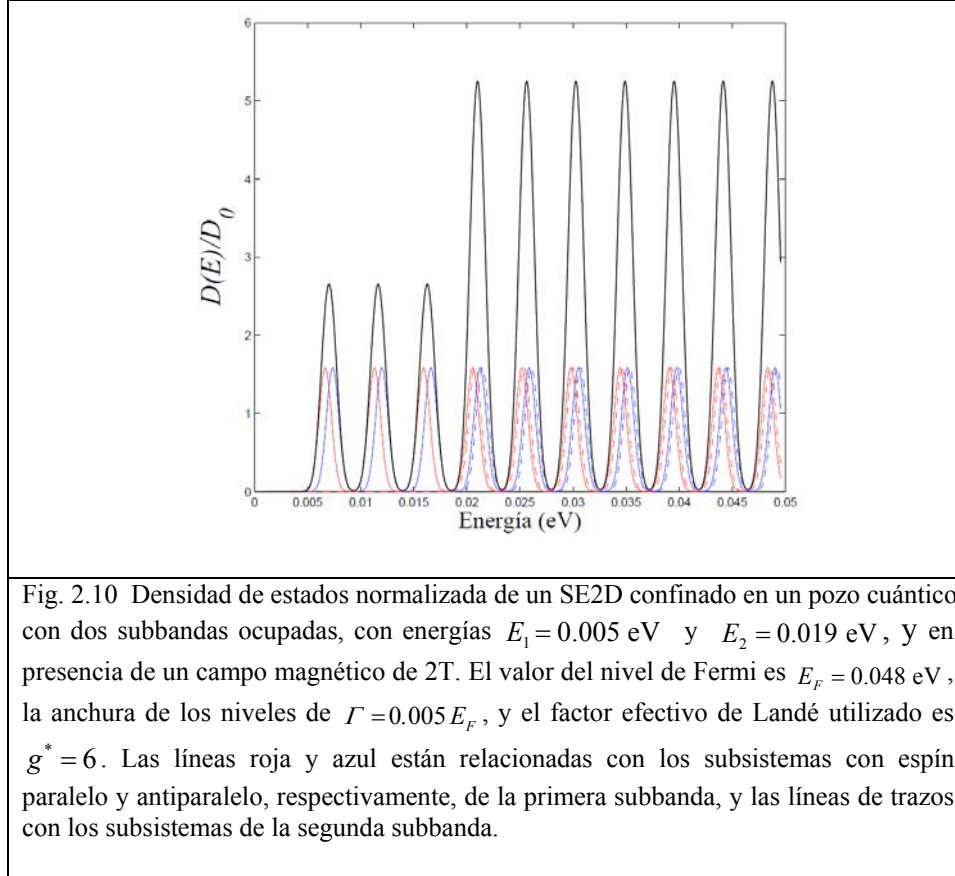
La figura 2.9 muestra la DdE normalizada ($D_0 = m^* / \pi \hbar$ es la DdE a campo nulo) calculada con la expresión (2-33) en tres valores del campo magnético: 3 T (línea azul), 3.3 T (línea negra), y 3.6 T (línea de puntos). En la figura n es el índice de Landau, $\Delta E = \hbar \omega$ es el intervalo de energía entre dos niveles de Landau adyacentes, y $\Delta E_Z = g^* \mu_B B$ es el desdoblamiento Zeeman de cada nivel. A medida que aumenta el campo magnético, los niveles se van desplazando hacia la derecha, cruzando el nivel de Fermi. El cálculo de la DdE de la figura 2.9 se ha realizado con los siguientes valores: $n_e(B=0) = 8.0 \times 10^{15} m^{-2}$ ($E_F = 0.038$ eV), $T = 20$ mK, $m^* = 0.05 m_0$, $\Gamma_N = 0.018 E_F$, $g^* = 6$.

Como se verá más adelante, este comportamiento de la DdE con el campo aplicado es el responsable de la aparición de oscilaciones en la magnetorresistividad (oscilaciones de Shubnikov-de Haas), y del efecto Hall cuántico.



Por otro lado, el desdoblamiento de cada nivel de Landau por efecto Zeeman, permite visualizar el SE2D como la suma de dos subsistemas bidimensionales con los espines antiparalelo y paralelo ($s = +$ y $s = -$) al campo magnético aplicado, respectivamente.

En caso de que el SE2D llenase dos subbandas del pozo cuántico, el SE2D puede considerarse como un sistema formado por cuatro subsistemas, dos subsistemas pertenecientes a la primera subbanda ($i=1$), con espín antiparalelo/paralelo al campo magnético aplicado ($s=+$ y $s=-$) cada uno, y otros dos subsistemas también con espín antiparalelo/paralelo pertenecientes a la segunda subbanda ($i=2$). La figura 2.10 muestra la DdE (línea negra) del SE2D confinado en dos subbandas de un pozo cuántico, con un campo magnético aplicado de 2 T. Las líneas roja y azul muestran la DdE de los subsistemas con espines opuestos que forman primera (línea continua) y segunda subbanda (línea de trazos), respectivamente.



La concentración total de portadores n_e del SE2D, se obtiene sumando las concentraciones de las subbandas, teniendo en cuenta que en cada subbanda los electrones se distribuyen con espín polarizado paralelo /antiparalelo al campo magnético aplicado, obteniéndose

$$n_e = \int D(E) f_0(E) dE = n_{e1\uparrow} + n_{e1\downarrow} + n_{e2\uparrow} + n_{e2\downarrow} \quad (2-35)$$

donde $n_{ei\uparrow\downarrow}$ son las concentraciones de las subbandas con el espín polarizado paralelo (\uparrow)/antiparalelo (\downarrow) al campo magnético aplicado, calculadas con la DdE expresada en (2-33).

2.3.2 Sistema Electrónico Bidimensional en un Campo Magnético sometido a Interacción Espín-Órbita del tipo SIA.

Supongamos ahora un SE2D confinado en el plano (x,y) , inmerso en un campo magnético externo en la dirección z y con portadores sometidos a la interacción espín-órbita del tipo SIA. El Hamiltoniano de cada electrón viene dado por la expresión:

$$H = \frac{\Pi^2}{2m^*} + \frac{1}{2} g^* \mu_B B \sigma_z + \frac{\alpha}{\hbar} (\Pi_x \sigma_y - \Pi_y \sigma_x) \quad (2-36)$$

donde α es el parámetro Rashba. Los autovalores del Hamiltoniano (2-36) son [20]

$$E_{iNs} = E_i + \hbar \omega \left[N + s \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - g^* \frac{m^*}{2m_0}\right)^2 + \frac{8m^{*2}\alpha^2}{\hbar^3 e B}} N \right]; \quad N=1,2,3,\dots; \quad s = \pm \quad (2-37)$$

$$E_{i0-} = E_i + \frac{1}{2} (\hbar \omega - g^* \mu_B B); \quad N=0$$

Los autoestados de (2-36) tienen la misma degeneración que la que existe en ausencia de IEO [35].

Las figuras 2.11a y 2.11b muestran la densidad de estados del SE2D en un campo magnético de 2 T cuando $\alpha=0$ y $\alpha=1.0 \times 10^{-11}$ eVm, respectivamente, para un SE2D confinado en una subbanda (donde se ha tomado un valor de referencia $E_{i=1} = 0$). La DdE se ha calculado con la expresión (2-33) y con los valores de g^* y Γ_n y utilizados anteriormente (figura 2.9).

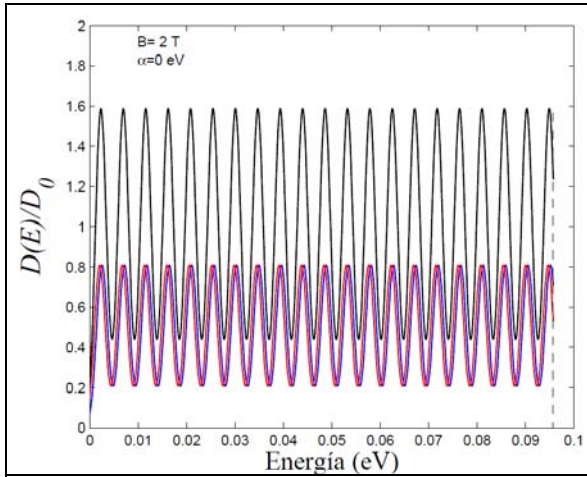


Fig. 2.11a Densidad de estados del SE2D cuando solo existe desdoblamiento de Zeeman (las líneas roja y azul corresponden a los estados de espín $\downarrow \uparrow$)

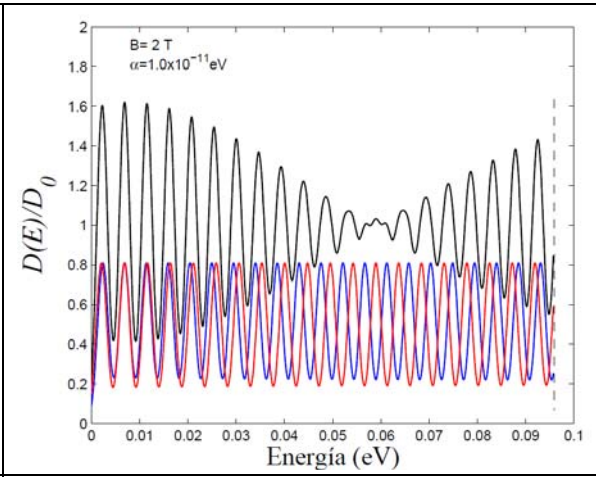


Fig. 2.11b Densidad de estados del SE2D cuando además está presente la interacción SO del tipo Rashba.

Las líneas roja y azul en las figuras 2.11a y 2.11b corresponden a las densidades de estados de espín antiparalelo ($D(E)_{s=+}$) y paralelo ($D(E)_{s=-}$), respectivamente. La figura 2.11a muestra un valor constante en el desdoblamiento ΔE del nivel de Landau

por efecto Zeeman ($\Delta E = E_{iN+} - E_{iN-} = g^* \mu_B B$), en cambio en la figura 2.11b, cuando está presente la IEO, el desdoblamiento ΔE de los niveles de Landau no es constante, debido a que depende no solo del factor Zeeman, sino también del factor α de Rashba. La aparición de máximos (mínimos) y nodos en la DdE, se debe a la coincidencia/no coincidencia de máximos (mínimos) de las densidades de estados $D(E)_{s=+}$ y $D(E)_{s=-}$, respectivamente [36].

Como se ha indicado anteriormente, cuando aumenta el campo magnético aplicado, se produce un desplazamiento de los niveles de energía hacia el nivel de Fermi. Cuando la IEO está presente, se produce un desplazamiento de los nodos y de los máximos, siendo este efecto determinante, tanto en el comportamiento de las oscilaciones SdH, como en la magnetorresistividad Hall.

Capítulo 3

3 Magnetotransporte

En este capítulo se empieza haciendo una descripción clásica del magnetotransporte, con objeto de introducir las magnitudes físicas (fundamentalmente la magnetoconductividad y la magnetorresistividad) que se utilizarán en el modelo semiclásico. El transporte de portadores se calcula con la ecuación de transporte de Boltzman, obteniéndose una función de distribución electrónica cuando están presentes un campo eléctrico y otro magnético, y donde se ha tenido en cuenta la función de equilibrio de Fermi, y la aproximación del tiempo de relajación.

En el tratamiento cuántico, se verá cómo la modificación de la densidad de estados del sistema con el campo magnético, es la principal causa de la aparición de “mesetas” (valor constante de la magnetorresistividad Hall en ciertos valores de campo magnético) y oscilaciones en la magnetorresistividad diagonal, dando lugar al efecto Hall cuántico (EHC) (cuantización de la magnetorresistividad Hall) y a las oscilaciones Shubnikov-de Haas (SdH) [2, 3]. El modelo reproduce los resultados experimentales obtenidos por diversos autores de dichas magnetorresistividades, siendo comparados y discutidos en los artículos que se adjuntan en esta memoria, que son la base para la defensa de este trabajo de Tesis.

3.1 Teoría Clásica de la Magnetoconducción

Inicialmente se hace una descripción clásica, en la que se supone que el sistema electrónico está confinado en un cristal infinito, isótropo y no magnético, estando sometido a un campo magnético \vec{B} y a un campo eléctrico \vec{E} . Con este planteamiento, la ecuación de movimiento de los electrones es:

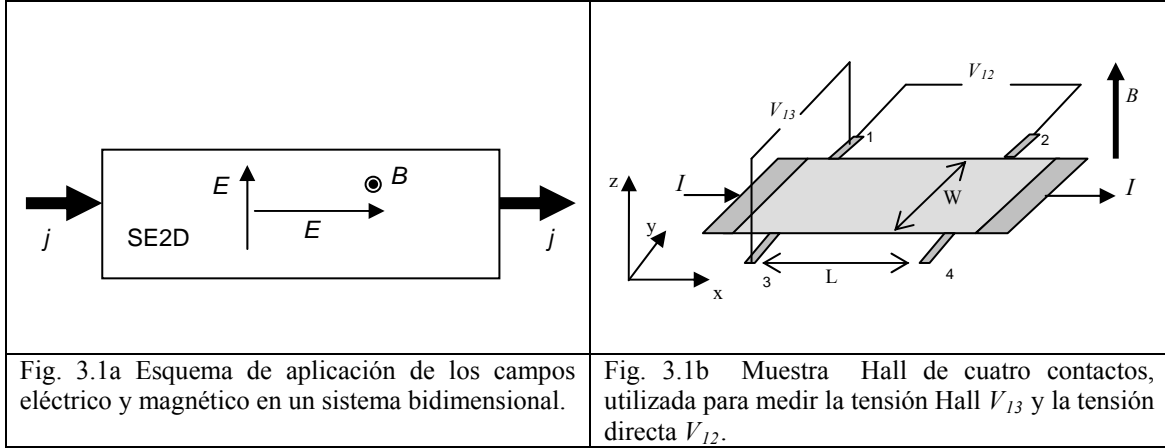
$$m \left[\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} \right] = q \left[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right] \quad (3-1)$$

donde m es la masa del electrón, q es la carga del electrón, $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ su velocidad, y τ el tiempo de relajación (tiempo entre colisiones de un electrón con impurezas, fonones, etc.).

La densidad de corriente es proporcional a la velocidad de los electrones, es decir $\vec{j} = qn_e \vec{v}$, donde n_e es su concentración. Si el sistema electrónico se encuentra en el plano (x, y) , y el campo magnético aplicado es normal al SE2D, (ver figura 3.1a), despejando \vec{v} de (3-1) cuando se alcanza el estado estacionario, la ley de Ohm queda de la forma [37]

$$\begin{bmatrix} j_x \\ j_y \end{bmatrix} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2} \begin{pmatrix} 1 & -\omega\tau \\ \omega\tau & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

donde $\sigma_0 = n_e q^2 \tau / m$ es la conductividad de Drude, y $\omega = qB/m$ es la frecuencia ciclotrónica.



Es decir, la relación entre el campo eléctrico y la densidad de corriente es del tipo $\vec{j} = [\sigma] \vec{E}$, donde $[\sigma]$ es el tensor de magnetoconductividad, cuyas componentes dependen del campo magnético y cuya expresión es:

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2} & -\frac{\sigma_0 \omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \\ \frac{\sigma_0 \omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} & \frac{\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2} \end{pmatrix} \quad (3-3)$$

El tensor de magnetorresistividad es por definición el tensor inverso del de magnetoconductividad, $[\rho] = [\sigma]^{-1}$, y de forma inversa a la Ec. (3-2) se obtiene

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_x \\ j_y \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

siendo la relación entre las componentes de ambos tensores :

$$\begin{aligned} \rho_{xx} &= \rho_{yy} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \\ \rho_{xy} &= -\rho_{yx} = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} \end{aligned} \quad (3-5)$$

El esquema experimental utilizado para medir estas magnitudes se detalla en la figura 3.1b . En este dispositivo (configuración Hall de cuatro contactos), la corriente I

fluye a través de una muestra rectangular en la dirección x , y en la cual se pueden medir las diferencias de potencial V_{12} y V_{13} . Dicho dispositivo tiene una anchura “W” y una longitud “L”. La diferencia de potencial V_{12} se mide entre los contactos 1 y 2, y V_{13} entre los contactos 1 y 3 (o 2 y 4), obteniéndose los valores de las magnetorresistividades ρ_{xx} y ρ_{xy} , respectivamente, conocidas la intensidad eléctrica y las dimensiones de dicha muestra.

La densidad de corriente en la dirección x , viene dada por

$$j_x = \frac{I}{W} \quad (3-6)$$

siendo nula en la dirección y ($j_y = 0$). Las componentes del campo eléctrico son:

$$\begin{aligned} E_x &= V_{12}/L \\ E_y &= V_{13}/W \end{aligned} \quad (3-7)$$

De estas relaciones se obtienen los valores de las magnetorresistividades

$$\rho_{xx} = \frac{E_x}{j_x} = \frac{V_{12} W}{I L} \quad (3-8)$$

$$\rho_{xy} = \frac{E_y}{j_x} = \frac{V_{13}}{I} = R_H \quad (3-9)$$

donde $R_H = \rho_{xy}$ es la resistencia Hall.

3.2 Aproximación Semiclásica de la Magnetoconducción

En este punto se considera un tratamiento semiclásico del transporte en un SE2D confinado en un pozo cuántico, sometido a un campo magnético, y con una estructura energética cuantizada en niveles de Landau.

En la aproximación semiclásica, y cuando no hay aplicado ningún campo magnético, cada electrón con energía $E(\vec{k})$ tiene asociado un vector posición \vec{r} , un vector de onda \vec{k} , y un índice de espín “s”. La descripción del electrón por medio de una posición y un momento se puede justificar describiendo el mismo mediante un paquete de ondas [38] donde \vec{r} y $\hbar\vec{k}$ son los valores medios de la posición y del momento, respectivamente, alrededor de los cuales está localizado dicho paquete de ondas. Los electrones obedecerán en equilibrio térmico a la distribución de Fermi-Dirac $f_0(E) = 1/\{ \exp[(E - \mu)/k_B T] + 1 \}$ que describe la probabilidad de que un estado con energía E esté ocupado, y donde μ es el potencial químico.

En esta aproximación, al aplicar un campo magnético \vec{B} y otro eléctrico \vec{E} al sistema, la ecuación de movimiento de los electrones es

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = q \left[\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}(\vec{r}, t) \right] \quad (3-10)$$

donde se ha utilizado la aproximación de la masa efectiva.

Por otra parte, en esta aproximación, al aplicar un campo magnético los estados energéticos se cuantizan en niveles de Landau, asumiendo que no hay transiciones entre dos niveles. Cuando además el sistema esta en presencia de un campo eléctrico se exige que se cumpla $eEa \ll \hbar\omega$, donde a es del orden de la constante de red, y $\hbar\omega$ es la separación entre niveles de Landau. Así pues, en el caso de conducción en un semiconductor, con un valor del campo eléctrico $E \sim 0.01 \text{ V/mm}$ y un campo magnético de 1.0 T , se obtiene $qEa \sim 10^{-10} \text{ eV}$ y $\hbar\omega = 2.2 \times 10^{-3} \text{ eV}$ [3], donde se ha supuesto una masa efectiva electrónica $m^* = 0.05m$.

Suponiendo el movimiento en el plano (x, y) , con un campo magnético aplicado en la dirección z , y un campo eléctrico contenido en el plano, la velocidad de los electrones, de forma análoga al caso clásico, se puede escribir

$$\vec{v} = \vec{v}_C + \vec{v}_D \quad (3-11)$$

donde \vec{v}_C es la velocidad ciclotrónica y

$$\vec{v}_D = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad (3-12)$$

es la velocidad de deriva.

Por tanto, el movimiento del electrón en presencia de un campo eléctrico y otro magnético, es la composición de dos movimientos: un movimiento circular con velocidad \vec{v}_C como si solo existiese campo magnético, y un movimiento uniforme con una velocidad de deriva \vec{v}_D , que como se verá, tiene una gran relevancia en el cálculo del magnetotransporte.

3.2.1 Función de Distribución de un Sistema Electrónico Bidimensional sometido a un Campo Eléctrico y a un Campo Magnético.

Se ha visto que un sistema electrónico que esté sometido a un campo eléctrico \vec{E} y otro magnético \vec{B} , cada electrón está sujeto a la fuerza de Lorentz

$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ (Ec.3-10). La función f de distribución y transporte de portadores en dicho sistema obedecerá a la ecuación de Boltzmann [38, 39]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{q}{m^*} [\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}] \vec{\nabla}_v f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{colisiones}} \quad (3-13)$$

donde se ha despreciado la variación de la función de distribución con la temperatura y con la difusión electrónica, frente al efecto de los campos externos. Utilizando la aproximación del tiempo de relajación, y considerando el estado estacionario, la ecuación anterior se reduce a

$$\frac{1}{m^*} \vec{F} \cdot \vec{\nabla}_v f = \frac{q}{m^*} [\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}] \vec{\nabla}_v f = -\frac{f - f_0}{\tau} \quad (3-14)$$

donde τ se define como el tiempo de relajación, de modo que la fracción dt/τ es la probabilidad de que cualquier electrón en el estado energético E colisione el intervalo de tiempo dt . En principio suponemos que el tiempo de relajación no va a depender de la energía.

La solución de (3-14) es de la forma

$$f(E) = f_0(E) - \tau [\vec{v}(E) \vec{\Phi}] (\partial f_0 / \partial E) \quad (3-15)$$

donde $f_0(E)$ la función de distribución de Fermi-Dirac del sistema sin perturbar, y $\vec{\Phi}$ es una “fuerza perturbadora”, que determina la función de distribución cuando los campos eléctrico y magnético están presentes. Si estos son mutuamente perpendiculares, $\vec{\Phi}$ tiene un valor [39]

$$\vec{\Phi} = \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} \left\{ \Phi_0 - \frac{q\tau}{m} (\vec{B} \times \vec{\Phi}_0) \right\} \quad (3-16)$$

donde $\vec{\Phi}_0 = q \vec{E}$.

Si se aplica un campo magnético $\vec{B}(0,0,B)$ perpendicular a un sistema electrónico bidimensional confinado en el plano (x, y) , los portadores realizarán una trayectoria circular, estando dicha trayectoria limitada por las colisiones con defectos o impurezas. Cuando “ $\omega\tau < 1$ ”, se interrumpe el movimiento circular y no son apreciables los efectos cuánticos producidos por el campo magnético. Por tanto, el criterio de aplicabilidad del campo magnético que se utilizará, cumplirá “ $\omega\tau > 1$ ” en las condiciones de efecto Hall cuántico, donde tiene sentido el concepto de órbita ciclotrónica y aparecen los estados cuánticos asociados a dichas órbitas (discretización de la energía electrónica en niveles de Landau). Esta condición ocurre en sistemas bidimensionales con pocos defectos e impurezas y a temperaturas próximas a 0 K.

Si además se aplica el campo eléctrico $\vec{E}(E_x, E_y)$ en el plano del sistema 2D, los electrones se moverán en una trayectoria formada por combinación un movimiento circular y un movimiento uniforme (movimiento de deriva) tal como se ha indicado anteriormente.

En un SE2D confinado en un plano (x, y) finito tal como se muestra en la figura 3.1a, se ha aplicado un campo magnético $\vec{B}(B\hat{z})$ y un campo eléctrico de conducción $\vec{E}(E_x\hat{x})$ ($\{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ son vectores unitarios). En el estado estacionario aparece un campo eléctrico Hall E_y , de modo que $F_y = qE_y - v_x B = 0$. En estas condiciones la fuerza perturbadora en la expresión (3-14) es $\vec{F} = \vec{F}_x = -e(E_x + v_y B)\hat{x}$, siendo en este caso $\vec{\Phi}_0 = qE_x\hat{x}$, y expresando (3-16):

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_x = \frac{q}{1 + (\omega\tau)^2} \left\{ E_x\hat{x} + \frac{q\tau}{m^*} B E_x\hat{y} \right\} \quad (3-17)$$

3.2.2 Magnetoconductividad

Para determinar la magnetoconductividad se supone un SE2D confinado en la primera subbanda de un pozo cuántico, tomando como referencia cero el fondo de la subbanda ($E_{i=1} = 0$). La densidad de corriente se obtiene por la expresión

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = q \int \vec{v} f(E) D(E) dE \quad (3-18)$$

siendo $D(E)$ la densidad de estados en función de la energía.

Teniendo en cuenta que el SE2D está en el plano (x, y) , con $\vec{B}(B\hat{z})$ y un campo eléctrico $\vec{E}(E_x, E_y)$ (donde E_x es el campo eléctrico de conducción), a partir la función de distribución deducida en (3-15), y la expresión (3-17), se obtiene:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = q \int \vec{v} \left\{ f_0(E) - \tau q \eta [v_x + \omega\tau v_y] \left(\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) E_x \right\} D(E) dE \quad (3-19)$$

$$\text{donde } \eta = \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2}.$$

Considerando las componentes de la velocidad $\vec{v}(v_x, v_y) = \vec{v}(v_{Cx} + v_{Dx}, v_{Cy} + v_{Dy})$, se obtienen las componentes (j_x, j_y) a partir de la expresión (3-19).

Capítulo 3 - Magnetotransporte

Componente j_x

Se considera $j_x(\vec{r}, t) = j_x^0 + j_x^1$, donde j_x^0 depende del término de “equilibrio” de la función de distribución, y j_x^1 depende del término “perturbador” de dicha función de distribución.

Cálculo del término j_x^0 :

$$j_x^0 = q \int (v_{Cx} + v_{Dx}) f_0(E) D(E) dE = q \int v_{Dx} f_0(E) D(E) dE \quad (3-20)$$

donde la integral que contiene v_{Cx} es igual a cero, debido a la orientación aleatoria de \vec{v}_C en todos los portadores de cada estado energético. Haciendo uso de la expresión (3-12), la expresión (3-20) queda

$$j_x^0 = q \frac{E_y}{B} \int f_0(E) D(E) dE = \frac{q n_e}{B} E_y \quad (3-21)$$

donde $n_e = \int f_0(E) D(E) dE$ es la concentración de equilibrio de portadores del sistema.

Cálculo del término j_x^1 :

$$j_x^1 = -q \int (v_{Cx} + v_{Dx}) \left\{ \tau q \eta [(v_{Cx} + v_{Dx}) + \omega \tau (v_{Cy} + v_{Dy})] \left(\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) E_x \right\} D(E) dE =$$

$$-q^2 \tau \eta \int \left\{ v_{Cx}^2 + v_{Dx}^2 + \omega \tau v_{Dx} v_{Dy} \right\} \left(\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) E_x D(E) dE \quad (3-22)$$

En el segundo miembro de la expresión (3-22), los sumatorios que contienen términos lineales de v_{Cx} y v_{Cy} , y los que contienen el término $v_{Cx} v_{Cy}$ se anulan, debido a la aleatoriedad de la dirección del vector \vec{v}_C de los portadores en el mismo estado energético. Por otro lado, teniendo en cuenta que los estados energéticos involucrados en (3-22) son los que corresponden a la condición $(\partial f_0 / \partial E) \neq 0$, a muy bajas temperaturas estos estados prácticamente corresponden a los estados próximos a la energía de Fermi, y en este caso podemos asumir $|\vec{v}_C| \gg |\vec{v}_D|$. Por ejemplo, en un sistema Hall bidimensional a temperatura próxima a 0 K, con una concentración $n_0 = 5.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, un campo magnético aplicado $B = 1 \text{ T}$, y un campo eléctrico Hall $E_y = 10^2 \text{ Vm}^{-1}$ se obtiene, para electrones de una aleación de AlGaAs ($m^* \approx 0.067m$), velocidades $v_C \sim v_{Fermi} = 2.9 \times 10^5 \text{ m/s}$ y $v_D = E_y / B = 100 \text{ m/s}$. Por tanto, la velocidad ciclotrónica de portadores con energías próximas al nivel de Fermi es muy superior a la velocidad de deriva, considerándose $E \approx (1/2) m^* v_C^2$. Por tanto, puede realizarse la aproximación

Capítulo 3 - Magnetotransporte

$$v_{Cx}^2 + v_{Dx}^2 + \omega\tau v_{Dx}v_{Dy} \approx v_{Cx}^2. \quad (3-23)$$

Por otro lado, la suma de los términos cuadráticos de \vec{v}_c es

$$\sum_{\vec{k}} v_{Cx}^2 = \sum_{\text{Todos los niveles } E_n} \sum_{\text{Todos los estados } \vec{k}_n \in E_n} \langle v_{Cxi}^2 \rangle = \sum_{\text{Todos los niveles } E_n} \sum_{\text{Todos los estados } \vec{k}_n \in E_n} \frac{1}{2} v_{Ci}^2 \quad (3-24)$$

donde $\langle \rangle$ denota el valor medio y $\langle v_{Cxi}^2 \rangle = v_{Ci}^2 \langle \cos^2(\omega t + \theta_i) \rangle = \frac{1}{2} v_{Ci}^2$.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, la expresión (3-22) queda de la forma

$$\begin{aligned} j_x^1 &= -\frac{q^2\tau\eta}{m^*} E_x \int \frac{1}{2} m^* v_c^2 \left(\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) D(E) dE = -\frac{q^2\tau\eta}{m^*} E_x \int E \left(\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) D(E) dE = \\ &= \frac{q^2\tau}{m^*} N_e \frac{1}{1+(\omega\tau)^2} E_x \end{aligned} \quad (3-25)$$

donde

$$N_e = \int D(E) E \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE \quad (3-26)$$

es la densidad de portadores calculada al nivel de Fermi.

A temperaturas próximas a 0 K la función f_0 tiene un valor de 1 para energías $E \leq E_F$ y un valor cero para $E > E_F$, produciéndose un cambio brusco en el valor de f_0 en el entorno de E_F . Debido a esto, la expresión $-\frac{\partial f_0}{\partial E}$ se comporta como una función delta en $E = E_F$, tomando un valor cero en el resto, de modo que (3-26) puede expresarse como $\int_{-\infty}^{\infty} D(E) E \delta(E - E_F) dE = D(E_F) E_F$.

La densidad de corriente en la dirección \hat{x} es por tanto:

$$j_x = j_x^0 + j_x^1 = -\frac{en_e}{B} E_y + \frac{e^2\tau}{m^*} N_e \frac{1}{1+(\omega\tau)^2} E_x = \sigma_{xy} E_y + \sigma_{xx} E_x \quad (3-27)$$

donde se ha sustituido $q = -e$, siendo

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2\tau}{m^*} N_e \frac{1}{1+(\omega\tau)^2} \quad (3-28)$$

y

$$\sigma_{xy} = -\frac{en_e}{B} \quad (3-29)$$

las magnetoconductividades diagonal (σ_{xx}) y Hall (σ_{xy}), respectivamente.

Componente j_y

Se puede generalizar la magnetoconducción ampliando el cálculo a la obtención de la densidad de corriente en la dirección y . Para ello se parte de la aplicación de un campo eléctrico de conducción E_y al SE2D, obteniendo una fuerza perturbadora $\vec{\Phi}_{0y}$ a partir de la expresión (3-16), y realizando un proceso análogo al anterior para la corriente j_y , obteniéndose

$$j_y = j_y^0 + j_y^1 = \frac{en_e}{B} E_x + \frac{e^2 \tau}{m^*} N_e \frac{1}{1 + (\omega \tau)^2} E_y = \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y \quad (3-30)$$

de modo que

$$\sigma_{yx} = \frac{j_y}{E_x} = \frac{en_e}{B} = -\sigma_{xy} \quad (3-31)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{e^2 \tau N_e}{m^*} \left[\frac{1}{1 + (\omega \tau)^2} \right] \quad (3-32)$$

Hay que tener en cuenta que estas expresiones se han obtenido a alto campo magnético, es decir, con la condición $\omega \tau > 1$.

A campo magnético bajo, las expresiones (3-29) y (3-31) presentan una singularidad en la magnetoconductividad Hall cuando B se hace cero, haciéndose infinita. Para evitarla hacemos uso del resultado clásico, multiplicando el término Hall por el factor $(\omega \tau)^2 / (1 + (\omega \tau)^2)$, de modo que cuando $\vec{B} \rightarrow 0$, el término $\sigma_{xy} \rightarrow 0$.

Tensor de Magnetoconductividad y Tensor de Magnetorresistividad

Así pues, de manera análoga al caso clásico, podemos escribir de forma compacta la relación entre la corriente eléctrica y los campos aplicados en un sistema general bidimensional, quedando la ecuación (3-2) de la forma:

$$\begin{bmatrix} j_x \\ j_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \frac{1}{1 + (\omega \tau)^2} \begin{bmatrix} \frac{e^2 \tau}{m^*} N_e & -\frac{en_e}{B} (\omega \tau)^2 \\ \frac{en_e}{B} (\omega \tau)^2 & \frac{e^2 \tau}{m^*} N_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (3-33)$$

Capítulo 3 - Magnetotransporte

A alto campo magnético $(1+(\omega\tau)^2 \approx (\omega\tau)^2)$ y las componentes de la magnetoconductividad tienden a los valores:

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= -\sigma_{yx} = -\frac{en_e}{B} \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \frac{eN_e}{(\omega\tau)B}\end{aligned}\tag{3-34}$$

Invirtiendo el tensor de magnetoconductividad se obtiene el tensor de magnetorresistividad $[\rho] = [\sigma]^{-1}$, cuyas componentes están expresadas en la Ec. (3-5).

A altos campos magnéticos, las magnetorresistividades tienden a:

$$\begin{aligned}\rho_{xy} &= \frac{B}{en_e} \\ \rho_{xx} &= \frac{B}{e} \frac{(\omega\tau)N_e}{(N_e^2 + (\omega\tau)^2 n_e^2)}\end{aligned}\tag{3-35}$$

En el caso “cuasi-ideal”, a muy bajas temperaturas, y con pocos defectos estructurales e impurezas presentes, podemos suponer que, a alto campo magnético $\omega\tau \rightarrow \infty$. En este caso:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}, \rho_{xx} &\rightarrow 0, \text{ ya que son proporcionales a } \frac{1}{\omega\tau}. \\ \sigma_{xy}, \rho_{xy} &\neq 0 \text{ ya que no dependen de } \tau.\end{aligned}$$

Cuando el SE2D está confinado en un pozo cuántico, en el cual varias subbandas están ocupadas, se asumirá que cada subbanda “ i ” está ocupada por dos subsistemas independientes, con espín (índice $s = \pm$) paralelo y antiparalelo al campo magnético. En este caso, y teniendo en cuenta que las concentraciones de portadores cumplen (Ec. (2-35)) $n_e = \sum_i \sum_s n_{eis}$ y $N_e = \sum_i \sum_s N_{eis}$, la magnetoconductividad se obtiene por la expresión [40-42]

$$[\sigma] = \sum_i \sum_s [\sigma]_{is}\tag{3-36}$$

donde las componentes de $[\sigma]$ son

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sum_i \sum_s \left\{ \frac{e^2 N_{eis} \tau_i}{m^*} \frac{1}{1 + (\omega\tau_i)^2} \right\}\tag{3-37}$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \sum_i \sum_s \left\{ \frac{e^2 n_{eis} \tau_i}{m^*} \frac{\omega\tau_i}{1 + (\omega\tau_i)^2} \right\}\tag{3-38}$$

La concentración de equilibrio n_{eis} es la correspondiente al subsistema confinado en el nivel E_i del pozo cuántico, y donde “ s ” denota la orientación del espín, obteniéndose mediante la relación

$$n_{eis} = \int D(E)_{is} f_0(E) dE \quad (3-39)$$

donde la DdE particularizada para cada subbanda “ i ” y orientación de espín “ s ” está definida en la expresión (2-33). La concentración a nivel de Fermi N_{eis} correspondiente al subsistema confinado en el nivel E_i del pozo cuántico se obtiene con la expresión:

$$N_{eis} = \int D(E)_{is} E \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE \quad (3-40)$$

Finalmente, la ley de Ohm puede escribirse de la forma

$$\vec{j} = [\sigma] \vec{E} = \sum_i \sum_s \vec{j}_{is} \quad (3-41)$$

3.3 Efecto Hall Cuántico Entero y Oscilaciones de Shubnikov-de Haas

Para analizar el comportamiento de la magnetorresistividad con el campo magnético, suponemos un SE2D confinado en la primera subbanda de un pozo cuántico, tomando como referencia cero dicho nivel, y suponiendo en un principio nula la IEO. Tomando como ejemplo la DdE mostrada en la figura 2.9, se observa que al aumentar el campo magnético aplicado al sistema, aumenta la energía de los niveles de Landau (Ec. (2-29)), desplazándose estos hacia la derecha, y disminuyendo el número de niveles con energía menor que la de Fermi (E_F). Al mismo tiempo, la degeneración (eB/h) de cada nivel (para cada orientación del espín) aumenta. Cuando todos los niveles de Landau están totalmente ocupados, la concentración de electrones del sistema es

$$n_e = i \frac{eB}{h} \quad (3-42)$$

donde “ i ” es el número de niveles de Landau (un nivel para cada orientación de espín), y en estas condiciones la magnetoconductividad Hall (Ec. (3-34)) tiene un valor dado por

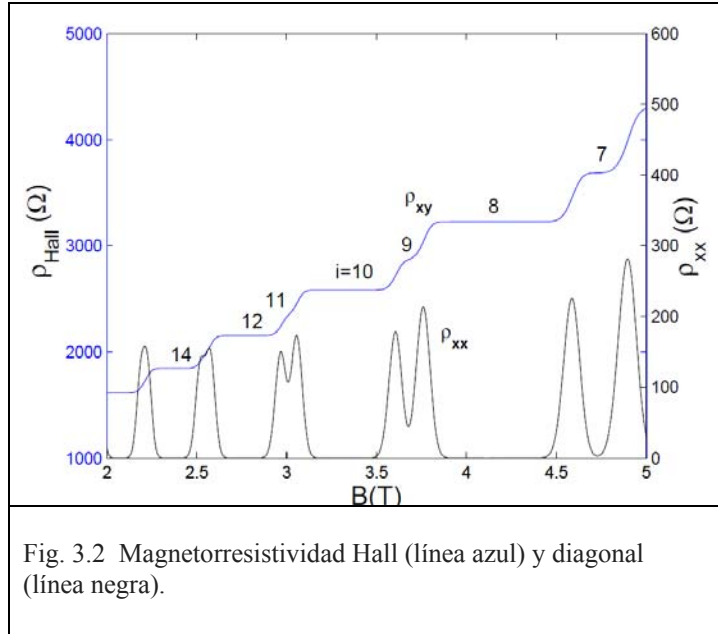
$$\sigma_{xy} = -\frac{en_e}{B} = -i \frac{e^2}{h} \quad (3-43)$$

la magnetorresistividad Hall (Ec. (3-35))

$$\rho_{xy} = \frac{h}{ie^2} \quad (3-44)$$

Por tanto, a medida que el campo magnético aumenta, el factor “ i ” decrece y la concentración varía de la forma $n_e = n_{e0} \pm \Delta n(B)$, fluctuando alrededor del valor n_{e0} correspondiente a campo magnético nulo.

La figura 3.2 muestra el cálculo, con el modelo desarrollado en este documento, de las magnetorresistividades Hall ($\rho_{Hall} = \rho_{xy}$) y diagonal (ρ_{xx}) para SE2D con la densidad de estados de la figura 2.9. Se ha utilizado un tiempo de relajación $\tau = 10^{-12}$ s.



Se han obtenido las componentes de la magnetoconductividad (σ_{xx}, σ_{xy}) con las expresiones (3-37) y (3-38) para una subbanda, y las de la magnetorresistividad con la expresión (3-5).

Para comprobar la validez del modelo se han reproducido los resultados experimentales obtenidos por Can-Min Hu et al. [44] en un SE2D sometido a IEO. En concreto se ha calculado la magnetoconductividad (y magnetorresistividad) de un SE2D afectado por IEO del tipo SIA. Dicho sistema está confinado en un pozo cuántico, formado en la capa $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ de una heterounión semiconductora $\text{InGaAs}/\text{InAlAs}$, donde dos subbandas del pozo están ocupadas con concentraciones (medidas a campo nulo) $n_{e01} = 2.7 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ y $n_{e02} = 9.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, respectivamente, siendo el parámetro Rashba $\alpha = 0.6 \times 10^{-11} \text{ eVm}$. Se ha utilizado un factor $g^* = 4$, una anchura de los niveles de Landau $\Gamma = 0.01 E_F$, y un valor $\tau = 1.0 \times 10^{-12} \text{ s}$.

Las figuras 3.3a y 3.3b muestran las oscilaciones de las concentraciones de electrones (de equilibrio n_e y al nivel de Fermi N_e) con el campo magnético, calculadas con las expresiones (3-39) y (3-40), respectivamente, para la primera subbanda ($n_{e1+}, n_{e1-}, N_{e1+}, N_{e1-}$) y para la segunda subbanda ($n_{e2+}, n_{e2-}, N_{e2+}, N_{e2-}$).

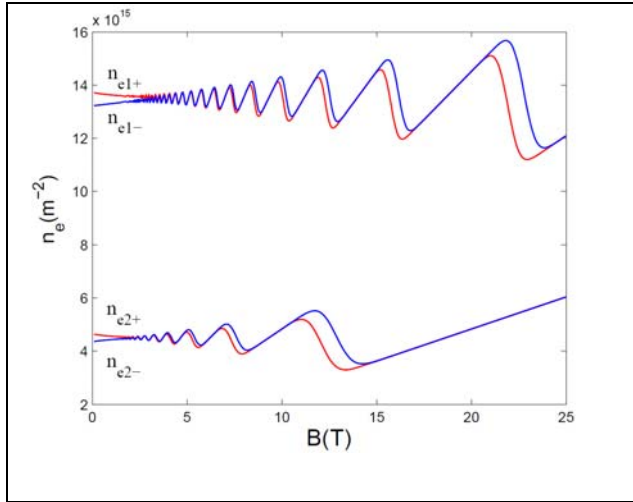


Fig. 3.3a Oscilación con el campo magnético de las concentraciones de electrones confinados en dos subbandas de un pozo cuántico. Las líneas rojas y azul corresponden a portadores con espín con orientación paralela/antiparalela al campo magnético.

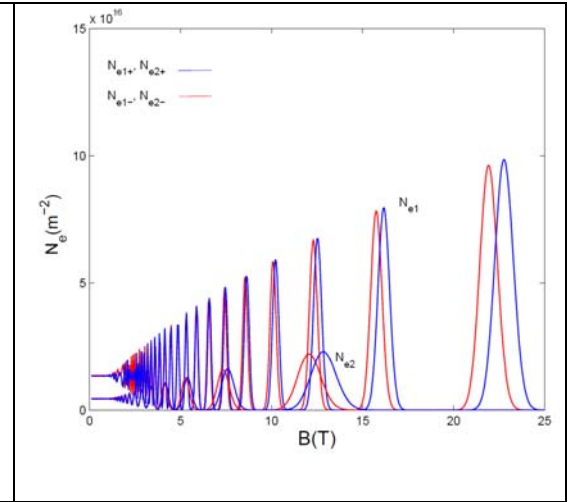


Fig. 3.3b Oscilación con el campo magnético de las concentraciones de portadores confinados en dos subbandas de un pozo cuántico, calculadas en el nivel de Fermi.

Teniendo en cuenta que la magnetoconductividad es proporcional a la concentración de electrones, ésta puede calcularse independientemente para cada subbanda, siendo su valor total la suma de las calculadas en las subbandas. La figura 3.4a muestra las magnetoconductividades σ_{xy1} y σ_{xy2} , calculadas con la expresión (3-38) para los subsistemas electrónicos bidimensionales confinados en las dos subbandas, respectivamente.

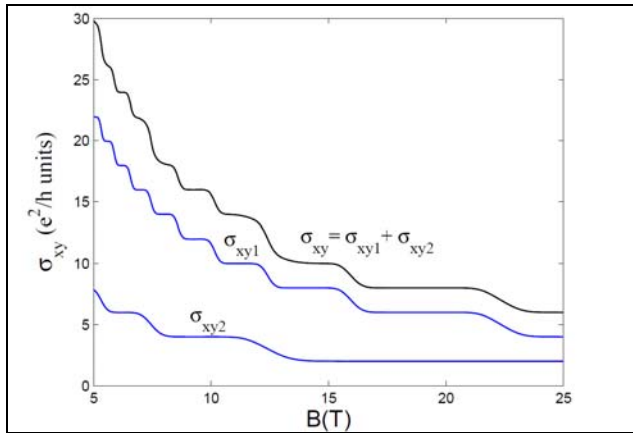


Fig. 3.4a Magnetoconductividades σ_{xy1} y σ_{xy2} de los subsistemas confinados en las dos subbandas del pozo cuántico.

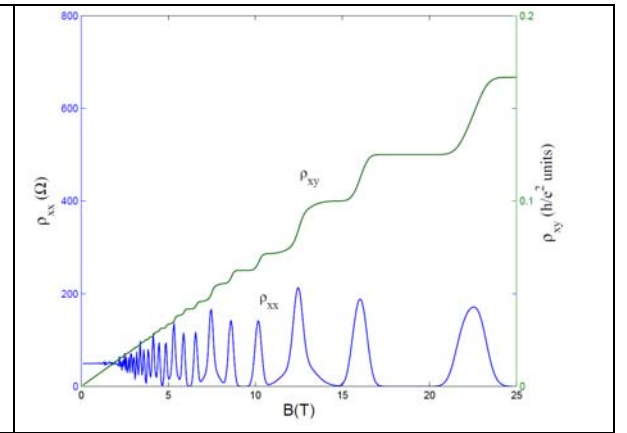


Fig. 3.4b Magnetorresistividad Hall y diagonal del SE2D.

En la figura 3.4b se muestran las magnetorresistividades Hall y diagonal, calculadas con las expresiones (3-5) (donde se ha sustituido $\sigma_{xx} = \sigma_{xx1} + \sigma_{xx2}$, y $\sigma_{xy} = \sigma_{xy1} + \sigma_{xy2}$).

Capítulo 4

4 Artículos

En los cuatro artículos publicados [36,40-42] se reproducen, utilizando el modelo semiclásico del magnetotransporte descrito en este documento, los resultados experimentales obtenidos en la medida de la magnetorresistividad en sistemas electrónicos bidimensionales, confinados en dispositivos fabricados con compuestos III-V (con estructura cristalina de los tipos “blenda” y “wurtzita”), en condiciones de baja temperatura ($T \sim 0\text{K}$).

En el primer trabajo [36] se presenta el modelo para el análisis de las propiedades de magnetotransporte en un SE2D en el que está presente la IEO del tipo Rashba. Se contrasta y se pone a punto el modelo, comprobando los resultados teóricos con datos experimentales correspondientes a oscilaciones de SdH de la bibliografía, y en concreto, con los resultados experimentales obtenidos por Nitta et al. [29], siendo este un trabajo pionero en la medida y análisis experimental del efecto Rashba.

En el segundo trabajo [42], basándose en el modelo, se analiza en detalle el efecto Hall cuántico para un SE2D cuando el efecto Rashba es relevante, y se hace una predicción del comportamiento de la magnetorresistividad Hall (efecto Hall cuántico) en las condiciones experimentales de la bibliografía.

En el tercer trabajo [40], se extiende el modelo para analizar sistemas electrónicos bidimensionales confinados en los que se presentan dos subbandas ocupadas. Los resultados teóricos se comparan con medidas de oscilaciones de SdH de la bibliografía.

En el cuarto trabajo [41], a la luz del modelo, se estudia un SE2D confinado en una heterounión GaN/AlGa_N (wurtzita). El interés de este sistema en comparación con los anteriores es el hecho de que se presenta un término Rashba adicional, intrínseco a dicha estructura cristalina.

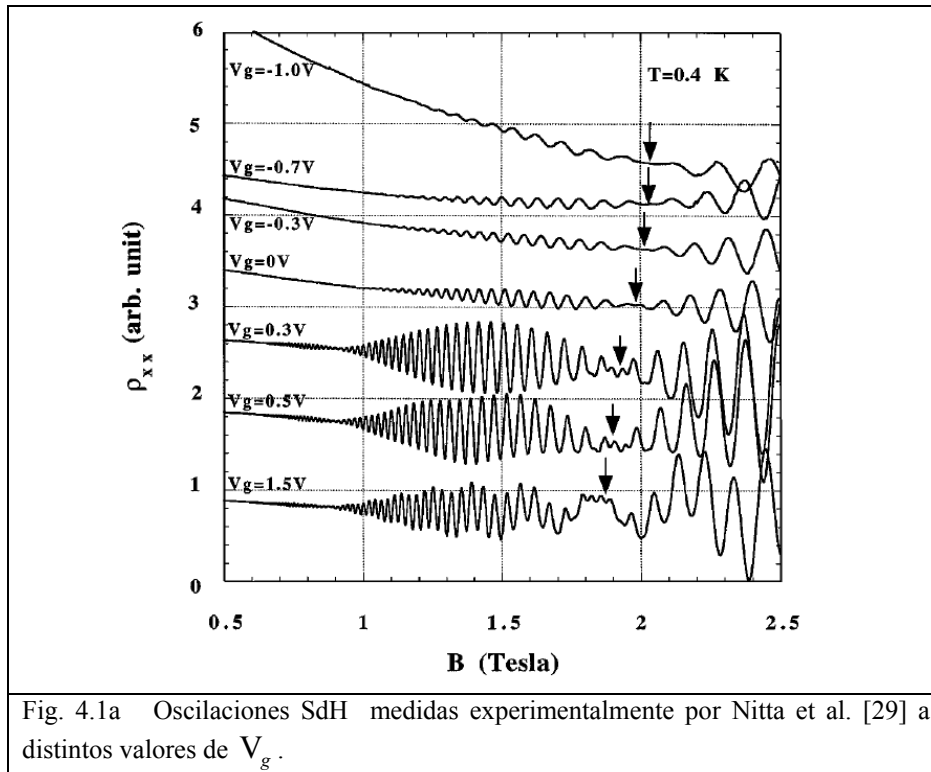
Se ha publicado un quinto trabajo en la revista SPIN [45], recopilatorio de todos los trabajos realizados hasta la fecha y por invitación de la propia revista, publicándose en un número monográfico sobre el efecto Hall cuántico.

En adelante se comentan en detalle los resultados de los artículos presentados en esta memoria, y en el Anexo del documento se incluye una copia de los mismos.

4.1 Artículo: *Rashba spin-orbit coupling in a two-dimensional electron system under quantum Hall regime.* R. Cangas, M. A. Hidalgo. *Physica E* 41 (2009) 1306–1309.

En este artículo [36] se describe el modelo semiclásico de magnetotransporte, usándolo para la determinación de la magnetorresistividad diagonal (oscilaciones de SdH) de un SE2D confinado en el pozo cuántico formado en la heterounión $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ que forma parte de un dispositivo semiconductor. El SE2D está inmerso en un campo magnético, y está afectado por la IEO del tipo Rashba. La temperatura experimental es 0.4 K. El dispositivo se ha fabricado formando una heteroestructura semiconductor descrita en la referencia [29] y con una geometría típica de “barra Hall”, tal como se muestra en la figura 3.2. La aplicación de un voltaje de puerta V_g en el dispositivo produce, además de una variación de la concentración de electrones, una variación del parámetro Rashba “ α ” del sistema, modificando las oscilaciones de Shubnikov-de Haas (SdH).

Las oscilaciones de SdH se han calculado para tres valores de voltaje de puerta (0.3V, 0.0 V, y -0.3 V). Las figuras 4.1a y 4.1b muestran los resultados medidos experimentalmente en la referencia [29] de la magnetorresistividad, y los calculados con el modelo, respectivamente. Los parámetros utilizados en el cálculo de la magnetorresistividad son los utilizados en la referencia [29] así como los de otros resultados experimentales descritos en la bibliografía.



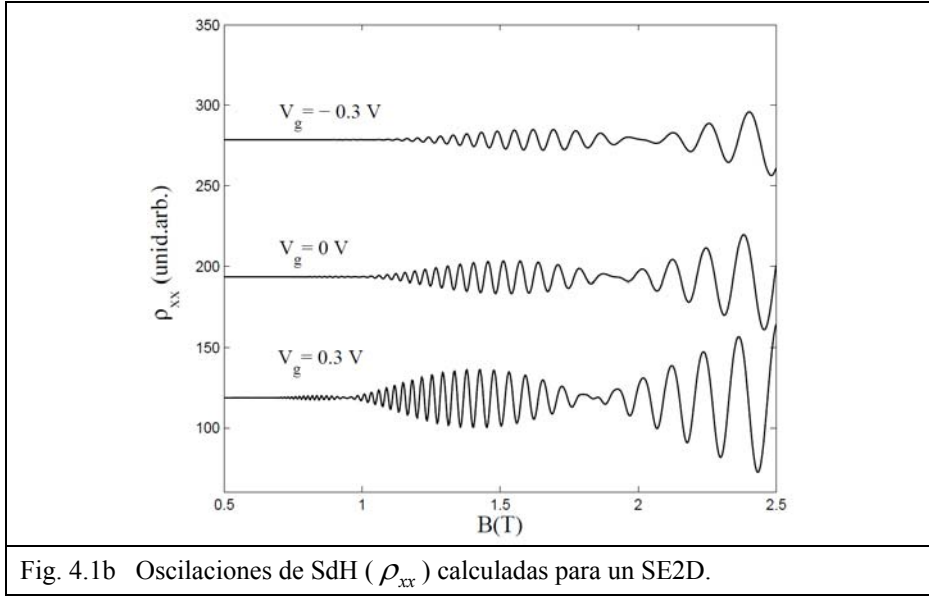


Fig. 4.1b Oscilaciones de SdH (ρ_{xx}) calculadas para un SE2D.

Las oscilaciones SdH muestran una modulación envolvente y nodos, debido a la existencia de dos tipos de portadores con espín \uparrow y \downarrow respectivamente (análogo al diagrama de batido de dos señales con frecuencias próximas). Los nodos se producen en valores del campo para los que no existe coincidencia de niveles de Landau en el nivel de Fermi (ver figura 2.10b) en la densidad de estados. Esto ocurre cuando $(E_{N,+} + E_{N-1,+})/2 = E_{N',-} \approx E_F$, donde $N' = N + 1, N + 2, \dots$. Cuando $E_{N,\pm} = E_{N',\mp} \approx E_F$, la densidad de estados es máxima en E_F y por tanto las oscilaciones SdH alcanzan los valores máximos. Conocido el valor del índice de Landau N que corresponde al nodo (o el correspondiente al valor máximo de las oscilaciones), se puede calcular el parámetro Rashba α , donde la energía de los niveles de Landau está descrita por la ecuación (2-37) y en nivel de Fermi por la expresión (2-23). Se han obtenido valores del parámetro Rashba en el intervalo $(0.72 \sim 0.83) \times 10^{-11} \text{ eVm}$. El efecto Rashba y el efecto Zeeman se cancelan mutuamente cuando se cumple $E_{N,-} = E_{N-1,+} \approx E_F$, produciéndose un valor grande de la magnetorresistividad diagonal cuando ocurre en niveles de Landau bajos, debido a la coincidencia de niveles en E_F .

En los resultados experimentales se observa una pendiente negativa en la magnetorresistividad, más pronunciada en valores bajos del campo magnético aplicado, y un aumento a mayores valores del campo. Paalanen et al. [46] atribuyen este comportamiento a la interacción (de largo alcance) de los electrones con las impurezas, dependiendo dicha interacción del campo magnético aplicado, modificando el tiempo de relajación τ (decreciendo al aumentar el campo). En este trabajo se ha supuesto un valor constante de τ , ya que no es determinante en el cálculo del parámetro Rashba.

En resumen, con este trabajo se ha comprobado como el modelo semiclásico de magnetoconducción puede describir el magnetotransporte en un SE2D afectado por IEO del tipo Rashba, y calcular a partir de los valores experimentales de las oscilaciones SdH, el valor del parámetro Rashba. En dicho trabajo también se hace mención de la

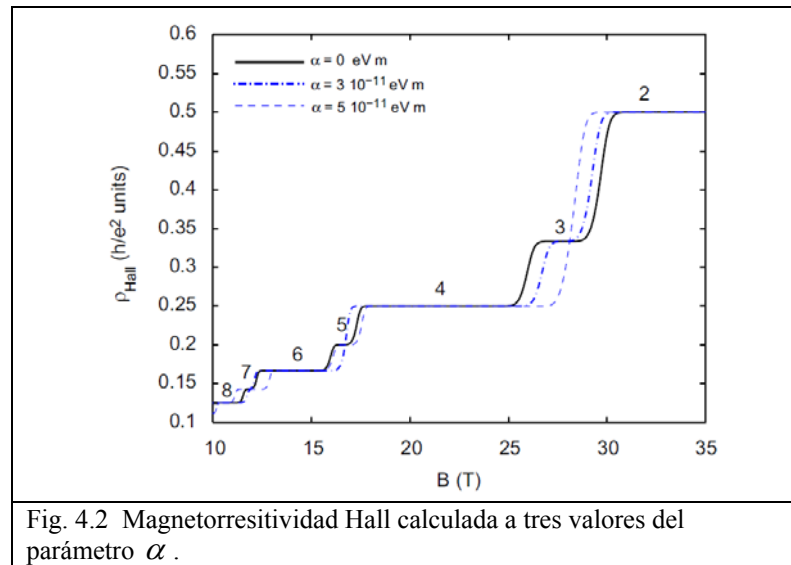
Capítulo 4 - Artículos

competición Rashba-Zeeman, manifestándose con un valor grande de la magnetorresistividad en determinadas condiciones experimentales. Por otro lado, en el cálculo de la magnetoconductividad, se ha tratado el SE2D cómo la suma de dos sistemas bidimensionales independientes de espines opuestos.

4.2 Artículo: *Rashba spin-orbit coupling effect on the quantum Hall magnetoresistivity. M. A. Hidalgo, R. Cangas. Physica E 42 (2010) 1329-1332.*

Este trabajo [42] complementa al anterior, en el sentido de predecir la magnetorresistividad Hall de un SE2D confinado en el pozo, inmerso en un campo magnético perpendicular al sistema, y sometido a IEO del tipo SIA (Rashba). Se han utilizado los datos experimentales descritos en la referencia [29] para el cálculo de dicha magnetorresistividad, aunque en dicho artículo no se reportan medidas experimentales de la magnetorresistividad Hall. En el cálculo realizado con el modelo se reproducen las mesetas típicas del efecto Hall cuántico.

La figura 4.2 muestra el comportamiento de ρ_{xy} a valores altos del campo magnético, donde se observan las mesetas con valor de la magnetorresistividad Hall $\rho_{xy} = h/(ie^2)$. Los cálculos se han realizado con tres valores del parámetro Rashba y con un valor $g^* = 8$, relativamente alto, con objeto de mostrar la competición entre el desdoblamiento por efecto Zeeman y por efecto Rashba. La variación del parámetro α causa un ensanchamiento/encogimiento de las mesetas, pudiendo incluso hacer desaparecer las de valor impar.



En resumen, en este trabajo se ha analizado la componente Hall del magnetotransporte, mostrando sus mesetas, y el comportamiento de las mismas cuando la IEO del tipo SIA (efecto Rashba) está presente, poniéndose de manifiesto la desaparición de las mesetas impares por la competición Rashba-Zeeman, debido al solapamiento de los niveles $E_{N,-}$ y $E_{N-1,+}$ a nivel de Fermi, tal como se ha indicado anteriormente.

4.3 Artículo: *Spin magnetotransport in a two-dimensional electron system confined in a quantum well. R. Cangas, M.A. Hidalgo. Semiconductor Science and Technology 26 (2011) 105016 (7pp).*

En este artículo [40] se calcula la magnetorresistividad de un SE2D confinado en un pozo cuántico, y en el que hay dos subbandas ocupadas, y sometido a IEO del tipo SIA (Rashba). Los resultados teóricos obtenidos con el modelo se comparan con los experimentales obtenidos por Can Min Hu et al. [44], donde el SE2D está confinado en un pozo cuántico (20 nm de espesor) formado en la capa $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ de una heteroestructura semiconductor. El sistema está inmerso en un campo magnético y está afectado por la IEO del tipo SIA (Rashba). El dispositivo está realizado en forma de “barra Hall” de 4 contactos.

La aplicación de una tensión de puerta (V_g) en el dispositivo varía la concentración de portadores en el pozo, llegando incluso a ocupar dos subbandas del mismo. La figura 4.3(a) muestra los valores experimentales de la magnetorresistividad diagonal (oscilaciones SdH) relacionadas con las concentraciones de portadores mostradas en la figura 4.3(b). En la figura 4.3 (b) se muestra la variación de la concentración de portadores con V_g . A partir de 0.5 V se empieza a ocupar la segunda subbanda, observándose que cada subbanda tiene dos concentraciones distintas correspondientes a sistemas con espines opuestos (las concentraciones se han obtenido experimentalmente aplicando la transformada de Fourier a la magnetorresistividad diagonal) [47].

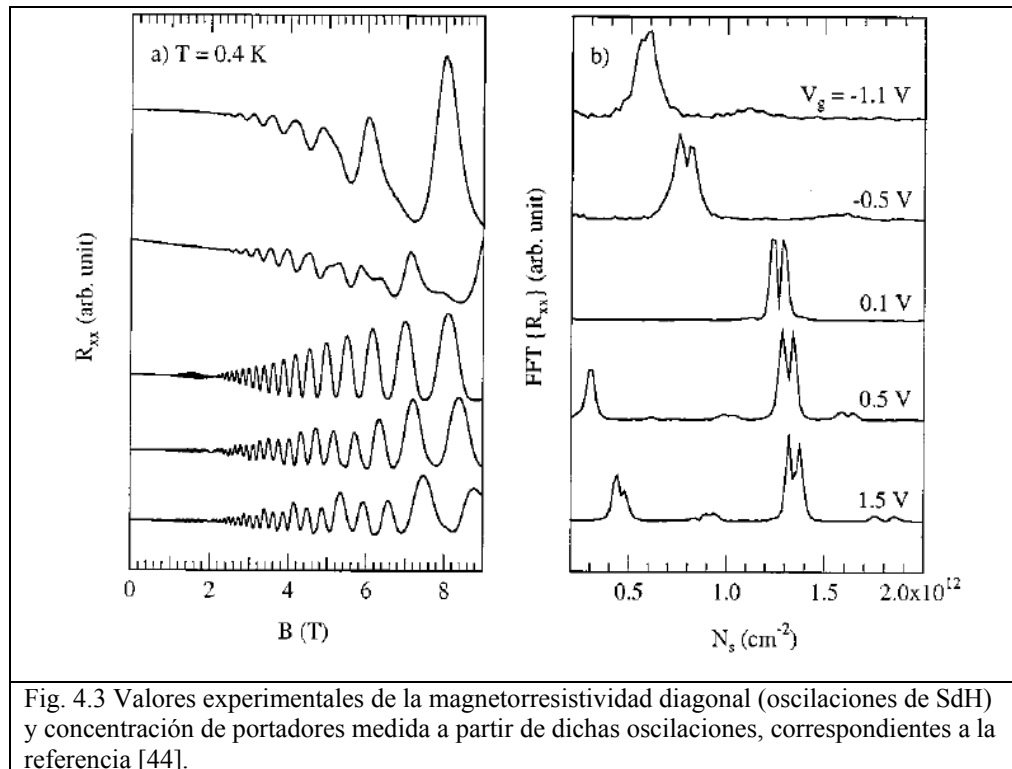
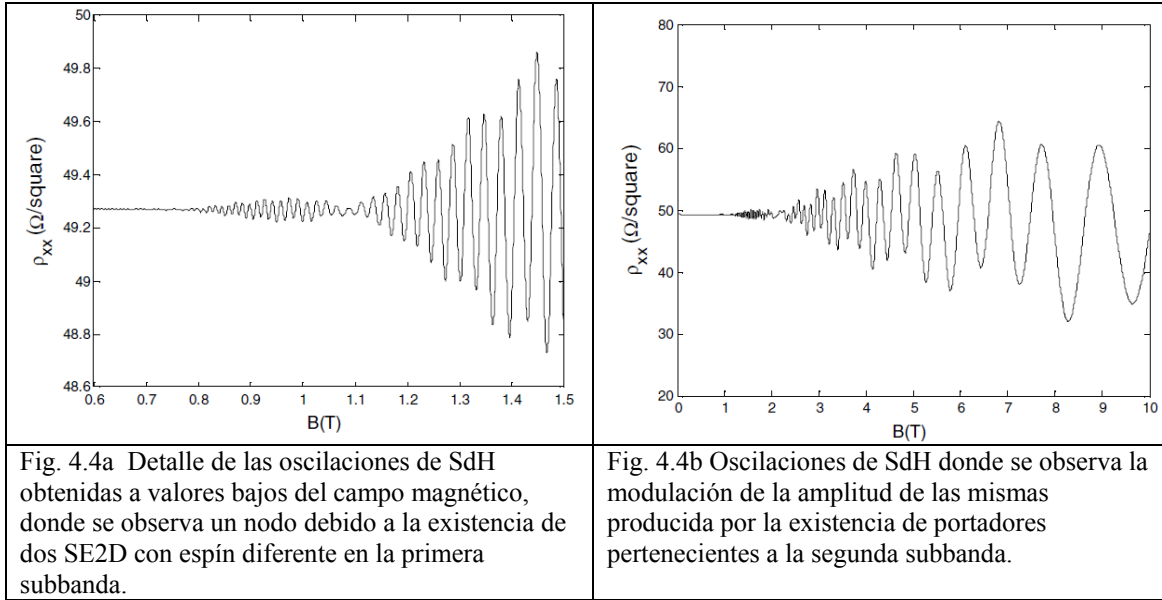


Fig. 4.3 Valores experimentales de la magnetorresistividad diagonal (oscilaciones de SdH) y concentración de portadores medida a partir de dichas oscilaciones, correspondientes a la referencia [44].

En el cálculo de la magnetoconductividad con el modelo descrito en esta memoria, se tratan de forma independiente los sistemas electrónicos pertenecientes a las distintas subbandas del pozo cuántico, y con distintas orientaciones de espín, de modo que las concentraciones de electrones totales de equilibrio y al nivel de Fermi se obtienen como la suma $n_e = \sum_s \sum_i n_{eis}$ y $N_e = \sum_s \sum_i N_{eis}$, respectivamente. La magnetoconductividad por tanto se obtiene como $\sigma = \sum_s \sum_i \sigma_{is}$.

Las figuras 4.4a y 4.4b muestran los valores de la magnetorresistividad diagonal obtenidos con el modelo, utilizando los valores experimentales de la figura 4.3 cuando la tensión de puerta es 0.5 V. La concentración total de portadores de $n_e = 3.6 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$, repartiéndose dicha concentración en $n_{e1} = 2.8 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ y $n_{e2} = 8.0 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ en la primera y segunda subbanda del pozo, respectivamente. El parámetro Rashba de IEO del tipo SIA es $\alpha = 0.7 \times 10^{-11} \text{ eV m}$.



En la figura 4.4a se muestra un nodo en la gráfica de la magnetorresistividad diagonal, debido a la existencia de dos tipos de portadores en la primera subbanda. Este nodo ocurre cuando $(E_{N,+} + E_{N-1,+})/2 = E_{N',-} \approx E_F$ con $N' = N + 1, N + 2, \dots$. Conocido el valor del índice de Landau N que corresponde al nodo, se puede calcular el parámetro Rashba α , donde la energía de los niveles de Landau está descrita en la ecuación (2-37) y en nivel de Fermi en la expresión (2-23). En la figura 4.4b se muestran las oscilaciones SdH representadas en un intervalo mayor de campo magnético, donde se observa la modulación de la amplitud de dichas oscilaciones, producida por la existencia de portadores en la segunda subbanda. Dicha modulación en la envolvente de las oscilaciones de SdH se pone de manifiesto en la figura 4.3, en los resultados experimentales obtenidos con tensiones V_g de 0.5 V y 1.5 V, respectivamente.

Como conclusión, se puede afirmar que el modelo reproduce los resultados experimentales de magnetorresistividad de un SE2D confinado en un pozo, donde dos subbandas están ocupadas. El SE2D se trata como la suma de cuatro subsistemas

Capítulo 4 - Artículos

bidimensionales, correspondientes a las subbandas y con orientaciones de espín opuestas en cada subbanda. El modelo permite, una vez conocida la concentración de portadores de la primera subbanda, el cálculo del parámetro Rashba.

4.4 Artículo: Magnetotransport in a two-dimensional system confined in wurtzite $Al_x Ga_{1-x} N/GaN$ heterostructure. R. Cangas, M. A. Hidalgo. *Applied Physics Letters* 102, 162413 (2013).

En este trabajo [41] se ha calculado y analizado la magnetorresistividad diagonal (oscilaciones de SdH) de un SE2D confinado en una heteroestructura $Al_x Ga_{1-x} N/GaN$, donde el sistema está repartido en dos subbandas del pozo cuántico. Los materiales que forman la heteroestructura cristalizan en una estructura del tipo “wurtzita”, formando una red hexagonal. Los parámetros experimentales utilizados para dicho cálculo son los descritos en la referencia [48].

El interés de este sistema para nuestro estudio es la existencia en este material, de dos tipos de asimetría de inversión, que afectan al espín del electrón por IEO cuando está orientado según el eje c . Una es el efecto Dresselhauss del tipo BIA ya descrito, proporcional al término k^3 , pero con una dependencia con k_{\parallel} y $\vec{\sigma}$ análoga a la asimetría SIA. Otro tipo de asimetría está producida por la polarización piezoeléctrica debida a tensiones en la interfaz [49] de la heterounión, produciendo un término de IEO lineal en k . A este tipo de asimetría se la denomina WSIA (wurtzite structure inversion asymmetry), y es cinco veces mayor que la producida en heterouniones $AlGaAs/GaAs$. Y por último la IEO del tipo SIA (efecto Rashba) producida por un campo eléctrico externo en la heteroestructura. El Hamiltoniano de la IEO en este material es de la forma:

$$H_{SO} = \left[\alpha_R + \alpha_{WSIA} + \gamma_{WZ} \left(b \langle k_z^2 \rangle - k_{\parallel}^2 \right) \right] (\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) \quad (4-1)$$

donde α_R es el parámetro Rashba, α_{WSIA} ($\sim 5.0 \times 10^{-13} \text{ eVm}$) es el coeficiente relacionado con el campo intrínseco piezoeléctrico de la interfaz de la heterounión, γ_{WZ} ($\sim 1.6 \times 10^{-31} \text{ eVm}^3$) es el término Dresselhaus, y b es un parámetro de ajuste, que toma un valor $b=4$ en un cristal ideal. En caso de confinamiento fuerte en un pozo de anchura “ d ”, se cumple $\langle k_z^2 \rangle \gg k_{\parallel}^2$, donde $\langle k_z^2 \rangle \approx (\pi/d)^2$, quedando el Hamiltoniano (4-1) de la forma

$$H_{SO} = \alpha_{eff} (\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) \quad (4-2)$$

con

$$\alpha_{eff} = \alpha_R + \alpha_{WSIA} + \gamma_{WZ} b \langle k_z^2 \rangle \quad (4-3)$$

donde el término α_{eff} se considera como un “parámetro Rashba efectivo” que engloba los efectos de IEO mencionados anteriormente.

La heteroestructura del dispositivo está formada por varias capas de GaN y $Al_x Ga_{1-x} N$, una de las cuales se ha dopado con Fe. Las impurezas de Fe se utilizan para crear “niveles profundos”, formando trampas que capturan electrones. Al iluminar la muestra con luz azul ($\lambda = 472 \text{ nm}$) a temperatura de 0.38 K , se produce una

“fotoconductividad persistente”, sacando los electrones de los niveles profundos del Fe y transportándolos a la capa GaN, donde se forma el SE2D. La concentración de portadores aumenta con el tiempo de exposición, llegando incluso a ocupar la segunda banda del pozo. Del mismo modo como se ha procedido en el trabajo anterior [40], al estar ocupadas dos subbandas, se tratan independientemente las poblaciones de portadores de las mismas, y la magnetoconductividad se calcula sumando las correspondientes a las conductividades de cada subbanda, es decir, $[\sigma] = \sum_s \sum_i [\sigma]_{is}$

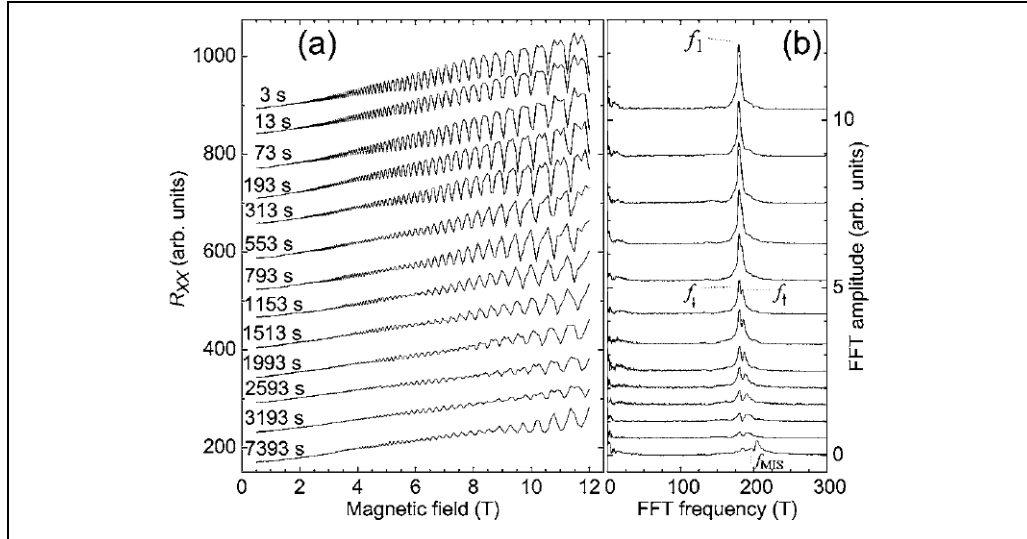


Fig. 4.5 Oscilaciones SdH experimentales obtenidas bajo distintos tiempos de iluminación [47]. La figura de la derecha muestra la transformada de Fourier de las oscilaciones, existiendo una relación directa entre el espectro mostrado y la concentración de portadores en las distintas subbandas y orientaciones de espín.

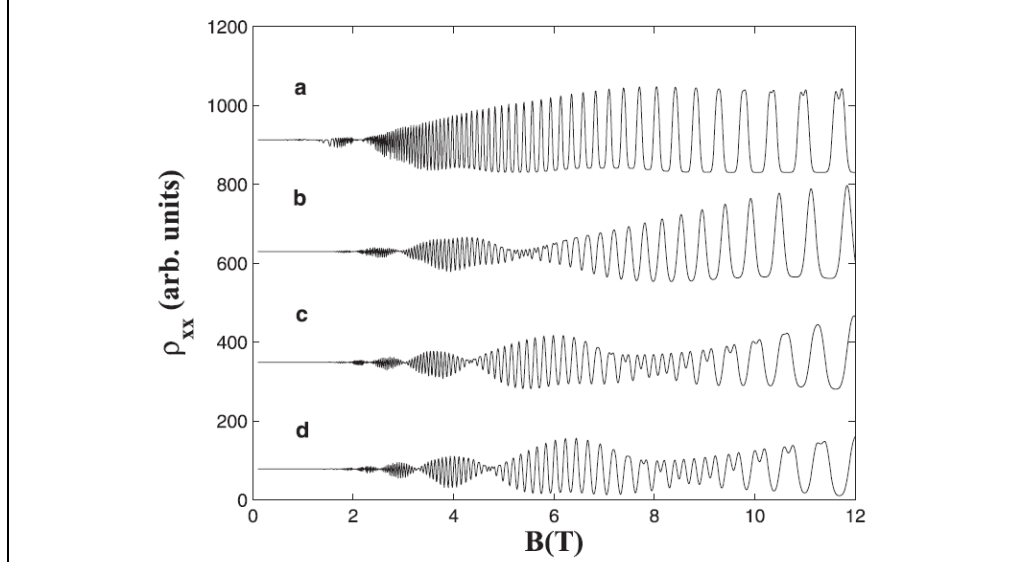


Fig. 4.6 Cálculo de las oscilaciones de SdH cuando los tiempos de iluminación son de 3 s (a), 1153 s (b), 2593 s (c) y 3193 s (d)

La figura 4.5 muestra los resultados experimentales de las oscilaciones de SdH obtenidos para varios tiempos de iluminación, y por tanto varias concentraciones de portadores. La pendiente positiva en el valor medio de la magnetorresistencia se atribuye al aumento del tiempo de relajación τ con el campo magnético [46].

La figura 4.6 muestra las oscilaciones SdH calculadas con el modelo para unas condiciones de iluminación de 3 s (a), 1153 s (b), 2593s (c) y 3193s (d). En la tabla 1 se indican las concentraciones de portadores de cada subbanda relacionadas con el tiempo de iluminación, y el parámetro efectivo de Rashba, utilizados en el cálculo de la magnetorresistividad.

Tabla 1

Tiempo de Iluminación (s)	$n_{e1} \text{ (m}^{-2}\text{)}$	$n_{e2} \text{ (m}^{-2}\text{)}$	$\alpha_{eff} \text{ (eVm)}$
3	8.75×10^{16}	5.0×10^{15}	1.0×10^{-12}
1153	8.87×10^{16}	7.5×10^{15}	2.5×10^{-12}
2593	8.97×10^{16}	7.5×10^{15}	3.7×10^{-12}
3193	9.03×10^{16}	7.5×10^{15}	4.0×10^{-12}

En resumen, estos resultados confirman la fortaleza del modelo semiclásico utilizado en el cálculo de la magnetoconductividad (magnetorresistividad) en sistemas electrónicos confinados en dos subbandas, donde la IEO está presente. Con este modelo, a partir de los resultados experimentales de las oscilaciones de SdH, se puede obtener el valor del parámetro α_{eff} de interacción espín órbita, tal como se describe en el trabajo anterior [40].

4.5 Artículo: *Influence of the Spin–Orbit Interaction on the Magnetotransport Properties of a Two-Dimensional Electron System. R. Cangas, M. H. Hidalgo, SPIN Vol. 5, No. 3 (2015) 1530003 (13 pages), World Scientific Publishing Company.*

Este artículo [45] describe el modelo semiclásico expuesto en esta memoria de doctorado, y muestra una recopilación de los resultados obtenidos con dicho modelo, y publicados anteriormente en otras revistas. Dicho artículo se realizó a petición de la revista SPIN para la edición de un sistema monográfico sobre el efecto Hall cuántico.

Capítulo 5

5 Conclusiones

El objetivo general de este trabajo esta descrito en la introducción del Capítulo 1, no así las conclusiones generales del mismo, las cuales voy a enunciar:

- La comparación de los resultados de magnetoconducción calculados con el modelo presentado, con los obtenidos experimentalmente por diversos autores, ya mostrado en el capítulo anterior, pone de manifiesto que el magnetotransporte de un sistema electrónico bidimensional confinado en una estructura semiconductor, puede describirse utilizando principios básicos de la mecánica clásica y de la mecánica cuántica. En concreto, se ha hecho una descripción clásica de la trayectoria del electrón en estos sistemas, y una descripción cuántica de los estados energéticos y de la estadística que gobierna la ocupación de dichos estados.
- Se ha entendido y constatado la importancia de la interacción espín-órbita, siendo imprescindible el conocimiento y control de dicha interacción en el desarrollo de dispositivos, donde no solo la carga eléctrica, sino también el espín del electrón, sean variables a tener en cuenta en la operatividad de los mismos. Dicha interacción se ha tenido en cuenta en el modelo presentado, poniéndose de manifiesto en las oscilaciones de Shubnikov-de Haas.
- El modelo también permite calcular la magnetoconducción en sistemas electrónicos bidimensionales, donde los electrones están repartidos energéticamente en las subbandas asociadas a los niveles energéticos de un pozo cuántico, y sometidos a interacción espín-órbita. Se ha calculado de forma independientemente la magnetoconductividad de cada subsistema perteneciente a cada subbanda, y donde se ha tenido en cuenta la orientación del espín en los portadores de cada subsistema.
- El modelo puede extenderse al cálculo del magnetotransporte en sistemas electrónicos donde la IEO, no solo puede ser debida a campos eléctricos producidos por la asimetría del potencial de confinamiento (SIA) o del potencial cristalino (BIA), sino a otros campos, como el producido por tensiones en el material GaN (Wurtzita) [48].

En el Capítulo 4 se han enunciado las conclusiones particulares, originadas por la aplicación del modelo de magnetoconducción a sistemas electrónicos confinados en distintas condiciones y materiales.

6 Referencias

- [1] D. F. Holcomb, Am. J. Phys. 67 (4), April 1999.
- [2] K. v. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494, (1980).
- [3] M. E. Cage, R. F. Dziuba, B. F. Field, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol. IM-34, NO.2, June 1985.
- [4] I. S. Wolf, A et al., Science 294, 1488 (2001).
- [5] S. Datta and B. Das, Appl. Phys. Lett. 56, 665 (1990).
- [6] G. Dresselhaus, Phys. Rev. 100, No 2, (1955), pp.580-586.
- [7] E. I. Rashba, Fiz. Tverd. Tela (Leningrad) 2, (1960) 1224 [Sov. Phys. Solid State 2, (1960) 1109].
- [8] Y. A. Bychkov, E. I. Rashba, J. Phys. C 17 (1984) 6039.
- [9] B. Das et al., Phys. Rev. B 39 (1989) 1411.
- [10] C. Díaz-Paniagua, A. Urbina, J. Vidal, J. A. Pereda, M. A. Hidalgo, F. Batallán, J. M. Gilpérez, S. Fernández de Avila. Solid State Communication 106, 607-610 (1998).
- [11] C. Díaz-Paniagua, M. A. Hidalgo, A. Urbina, F. Batallán, J. M. Gilpérez, S. Fernández de Avila, F. González-Sanz, E. Muñoz. Solid State Communication 109, 57-62 (1999).
- [12] C. Díaz-Paniagua, M. A. Hidalgo, A. F. Braña, A. Urbina, F. Batallán, S. Fernández de Avila, F. González-Sanz. Solid State Communication 109, 785-790 (1999).
- [13] T. Ando T, A. Fowler and F. Stern, Electronic properties of two-dimensional systems. Rev. of Modern Physics, 54(2), (1982).
- [14] G. Bastard, W. Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures, Les Editions de Physique (1988), ISBN 0-470-21708-1.
- [15] K. Barnham and D. Vvedensky, Low Dimensional Semiconductor Structures, Cambridge University Press (2001), ISBN 0 521 59103 1.
- [16] H. Haug, S.W. Koch, Quantum Theory of the Optical and Electronic properties of Semiconductors, ISBN 981-02-1864-8 (pbk), Ed. World Scientific (1990).

Referencias

- [17] C. Cohen-Tannoudji , B. Diu, F. Laloë, *Mécanique Quantique*, ISBN 2 7056 6121 2, Hermann Editeurs des Sciences et des Arts. (1973).
- [18] Ganichev Sergey D., Golub Leonid L., *Phys. Status Solidi B* 251, No. 9, 1801-1823 (2014), DOI 10.1002/pssb.201350251.
- [19] L. C. Lew Yan Voon, M. Willatzen, M. Cardona, *Phys. Rev. B* 53, No. 16, 10703 (1996).
- [20] R. Winkler , *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, Springer-Verlag (2003), ISBN 3-540-01187-0.
- [21] R. Eppenga., F. H. Shurmans, *Phys. Rev. B* 37, N 18, 10923 (1988).
- [22] V. Santos, Cardona M, *Phys. Rev. Lett.* 72, 432 (1994).
- [23] M. Studer et al., *Phys. Rev. B* 82, 235320 (2010).
- [24] M. P. Walser et al., *Phys. Rev. B* 86, 195309 (2012).
- [25] E. Andrada e Silva , *Phys. Rev. B* 42, No 3 (1992).
- [26] M. A. Toloza Sandoval, A. Ferreira da Silva, E. A. de Andrada e Silva, G. C. la Rocca, *Phys. Review B* 87, 081304 (2013).
- [27] Meier L. et al, *Nature Physics* 3, 650 (2007).
- [28] E. A. de Andrada e Silva, G. C. La Rocca, and F. Bassani, *Phys.Rev. B* 50, 8523 (1994).
- [29] J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagiet, and T. Enoki, *Phys. Rev. Lett.* 78(7), 1335 (1997).
- [30] M. H. Johnson, B. A. Lippmann, *Physical Review*, vol 76 n° 6 (1949).
- [31] L. Landau., E. Lifchitz , *Mécanique Quantique*. Ed. MIR (1975).
- [32] D. Yoshioka, *The Quantum Hall Effect*. Ed. Springer (2001).
- [33] J. P. Eisenstein, *Am. J. Phys.* 61 (2), February (1993).
- [34] D. Shoenberg, *Magnetic Oscillations in Metals*, Cambridge University Press (1984), ISBN (on line) 9780511897870.
- [35] John Schliemann et al., *Phys.Rev. B* **67**, 085302 (2003).
- [36] R. Cangas, M. A. Hidalgo, *Physica E* 41 (2009) 1306–1309.
- [37] Kittel C., *Quantum Theory of Solids*, John Wiley&Sons (1987) pp 237-241.
- [38] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, *Solid State Physics*, Holt Saunders 1981, ISBN0-03-049346-3.

Referencias

- [39] B. M. Askerov, Electron Transport Phenomena in Semiconductors, World Scientific (1994), ISBN 981-02-1283-6. Ziman J. M., Principles of the Theory of Solids, Cambridge University Press (1972), ISBN 0 521 29733 8.
- [40] R. Cangas, Hidalgo M.A., Semicond. Sci. Technol. 26, 105016 (2011).
- [41] R. Cangas , M.A.Hidalgo, Appl. Phys. Lett. 102, 162413 (2013).
- [42] M.A.Hidalgo, R. Cangas, Physica E 42, 1329-1332, (2010).
- [43] A. H.MacDonald, Quantum Hall Effect: A Perspective, Ed. Jaca Book, ISBN 88-16-96003-5 (1989).
- [44] Can-Ming Hu et al, Phys. Rev. B, Vol. 60 N 11, 7736-7739 (1999).
- [45] R. Cangas, M.H. Hidalgo, SPIN Vol. 5, No. 3 (2015) 1530003 (13 pages), World Scientific Publishing Company, DOI: 10.1142/S2010324715300030.
- [46] M. A. Paalanen, D. C. Tsui, J. C. M. Hwang, Phys. Rev. Lett. Vol. 51, No. 24, (1983).
- [47] J. Luo, H. Munekata, F. F. Fang, P. J. Stiles, Phys. Rev. B, Vol. 38 N 14 (1988).
- [48] I. Lo et al., Physical Review B 75, 245307 (2007).
- [49] J. A. Garrido et al., Appl. Phys. Lett. 75 N 16, 2407 (1999).

Referencias

7 Agradecimientos

Agradezco a mi director de Tesis, Miguel Ángel, el trato recibido durante todo el periodo de investigación y de elaboración Tesis, ya que me he sentido más como un colega, que como un alumno de doctorado.

También agradezco a la Universidad de Alcalá, y en concreto a María José Ortiz Beviá, la consideración que han tenido conmigo, facilitándome la reincorporación en el nuevo Plan de Doctorado y la presentación de la Tesis.

8 ANEXO



Rashba spin–orbit coupling in a two-dimensional electron system under quantum Hall regime

R. Cangas^{a,*}, M.A. Hidalgo^b

^a Departamento de Física, Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial, Universidad Politécnica de Madrid, Ronda de Valencia 3, 28012 Madrid, Spain

^b Departamento de Física, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares (Madrid), Spain

ARTICLE INFO

Article history:

Received 26 November 2008

Received in revised form

19 February 2009

Accepted 4 March 2009

Available online 12 March 2009

PACS:

73.43.Cd

73.43.Qt

71.70.Ej

72.25.Dc

Keywords:

Rashba spin–orbit coupling

Quantum Hall effect

Subnikov–de Haas oscillations

InGaAs/InAlAs heterostructure

ABSTRACT

In this paper, we analyze the contribution of the Rashba spin–orbit coupling in a two-dimensional electron system (2DES) of an inversion layer under quantum Hall regime as a function of the magnetic field. The study is based on a semiclassical model for the magnetoconductivities of the 2DES. This model reproduces the measurements of the Subnikov–de Haas oscillations obtained in III–V heterostructure, and shows the Rashba spin–orbit coupling at low fields. We also discuss the Rashba and Zeeman competition and its effect on the magnetoconductivity.

© 2009 Elsevier B.V. All rights reserved.

The spin–orbit coupling effect in semiconductors takes importance in 1990 when Datta and Das proposed a spin-polarized field effect transistor [1]. The key idea of this device is that the orientation of spins of a two-dimensional electron system (2DES) confined in a narrow-gap semiconductor quantum well can be changed by the spin–orbit interaction, providing both parallel and anti-parallel orientations with respect to the spin–orbit magnetic field. The spin-polarized carrier are injected and collected by the ferromagnetic electrodes. The modulation of current is achieved by controlling the alignment of a carrier's spin with respect to the magnetization vector in the collector electrode. The gate electrode on the top of the device is used to control the spin–orbit interaction that depends on the gate electric field. Even without any external magnetic/electric field, the carriers of the 2DES can be spin polarized by the internal built-in electric field due the structure inversion asymmetry (SIA) of the heterostructure device. The first theoretical study of this effect was made by Rashba in 1960 [2]. In 1989 Das et al. obtained an evidence of spin splitting at zero magnetic field in InGaAs/InAlAs heterostructures [3]. The SIA electric field is normal to the

2DES confined in the inversion layer or quantum well, and the spin splitting provided by this field is given by the expression [4]

$$\Delta E_{SO}^{SIA} = 2\alpha k \quad (1)$$

where α is a parameter that depends on the electric field asymmetry of the heterostructure, and $\vec{k} = (k_x, k_y)$ is the 2DES wave vector, α is also called Rashba parameter. Measured values of α varies between 2×10^{-12} and 5×10^{-11} eV m for a 2DES confined in InGaAs/InAlAs heterostructures [5,6]. Also in MOSFET devices α can be tuned with the gate voltage [1,7]. On the other hand, zinc-blend semiconductors have bulk inversion asymmetry (BIA), varying their lattice potential with the crystal directions and therefore the local electric field [8]. For a 2DES confined in a (x, y) plane the energy is spin–orbit splitted by this local field, giving $\Delta E_{SO}^{BIA} = \gamma(k_x k_y)k$ [9], where γ is a parameter that depends on the material. The BIA effect is stronger than the SIA effect in the GaAs/AlGaAs heterostructure 2DES [10], and the values measured of spin-split energy in this alloy are of the order of 20 μ eV at the Fermi level [11]. In quantum well and heterostructure devices made with InGaAs/InAlAs systems the SIA effect has more relevance than BIA, obtaining spin-split energies of the order of meV at Fermi level [5]. This has hindered spintronics research in the GaAs/AlGaAs system, which provides the highest mobility 2DES.

* Corresponding author. Tel.: +34 913 363 219; fax: +34 913 366 850.

E-mail addresses: roberto.cangas@upm.es (R. Cangas), miguel.hidalgo@uah.es (M.A. Hidalgo).

In this paper, we reproduce the experimental results obtained by Nitta et al. [7], where they realized several measurements of the Subnikov–de Haas (SdH) oscillations of a 2DES, confined in an $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ heterostructure at 0.4 K. A regular Hall bar sample was made with this structure and the 2DES is placed in the $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ layer. An applied voltage V_G on top of device induces a variation on the Rashba parameter α of the 2DES, which is obtained from the node positions of SdH oscillations. In fact, they show that a negative gate voltage increases the electric field and enhances α . The model that we use is a simple semiclassical theory of a two-dimensional electron gas confined in a well, under the application of external electric and magnetic fields, and with the presence of Rashba spin–orbit coupling (SIA effect). In this theory, we assume that variations in the external magnetic field produces a fluctuation of the electron density, keeping constant the chemical potential, which is fixed by the environment [12]. In all 2DES confined in heterostructures there is a reservoir of electrons surrounding the system that provides electrons. Then, necessarily the chemical potential is established by the whole 3D structure. A similar scenario was intended at the beginning of the discovery of the quantum Hall effect [13], although considering a capture mechanism of electrons by the impurities.

At zero external magnetic fields, we consider the 2DES like a two-dimensional non-interacting electron gas under the effective mass approximation, perturbed by impurities, defects and the spin–orbit coupling. Then, the energy of each electron can be approached as $E(k) = \hbar^2 k^2 / 2m + U \pm \Delta E_{SO} / 2$, where m is the electron effective mass, U takes into account the electrostatic interaction with impurities and defects, and ΔE_{SO} is the spin–orbit split energy caused by the SIA effect. Hence, each energy level is split into two levels spaced in energy by a factor ΔE_{SO} . Then the whole 2DES can be studied like two 2DES with different spin orientations (parallel and anti-parallel to the spin–orbit magnetic field). On the other hand, when an external magnetic field B is applied normal to the 2DES, and assuming no spin–orbit coupling effects, the energy of the system is discretized in Landau Levels (LL), with values $E_{N_{LL}}^{\pm} = (N_{LL} + 1/2)\hbar\omega \pm 1/2g\mu B$, where the last term (Zeeman term) correspond to spin $\uparrow \downarrow$ orientations, $N_{LL} = 0, 1, 2, 3, \dots, g$ is the effective g -factor, $\omega = eB/m$ the cyclotron frequency and μ the Bohr magneton. Measured values of g -factor varies from -0.44 [14] in GaAs to -30 [15] in InAs alloys, and depends on the carrier concentration [16] (we assume in this work a constant value of g -factor).

In a 2DES confined in a heterostructure device, taking into account the SIA and Zeeman effects, the energy of carriers is obtained by the expression [4]

$$E_{N_L}^s = \hbar\omega \left[N_L + s \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - |g| \frac{m}{2m_0}\right)^2 + \frac{\gamma}{B} N_L} \right] \quad (2)$$

with $s = \pm 1$ for $N_L = 1, 2, 3, \dots$, $s = +1$ for $N_L = 0$ (the index s refers to spin $\uparrow \downarrow$ orientations), $\gamma = 8\alpha^2 m^2 / \hbar^3 e$ and m_0 are the rest electron mass. Fig. 1 shows a fan of energy levels of the 2DES with data obtained from Table 1 for $V_G = 0.3$ V (see below). In the figure a crossing of spin-up ($E_{N_L}^+$) and spin-down ($E_{N_L}^-$, $N_L \neq N_L'$) energy levels is appreciated for some values of the magnetic field. We will show the consequences of this behaviour in the magnetoconductivity properties of the 2DES.

It is well known that the density of states in the 2DES at zero field is $D_0 = m/2\pi\hbar^2$, i.e. the states are uniformly distributed in energies (in this equation we have not taken into account the spin degeneration). But when a magnetic field is applied the energy states are given by Eq. (2). In this approximation, we assume that each level is degenerated in eB/\hbar , and that the density of states has a Gaussian shape. Then, we can write the following

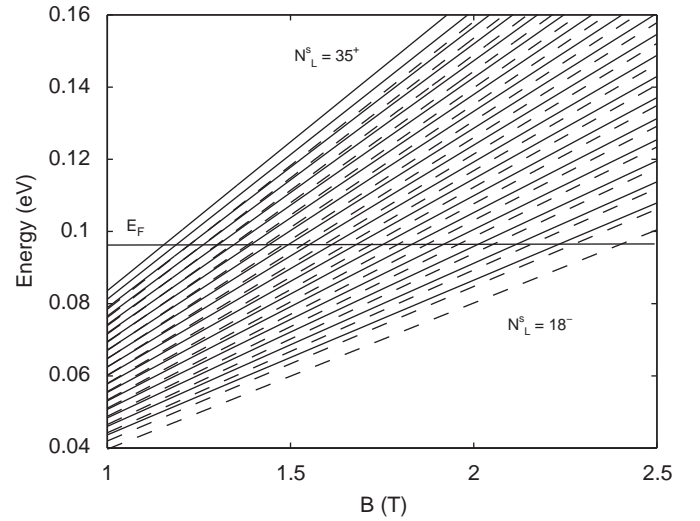


Fig. 1. Plot of the energy levels (from $N_L = 18$ to 35) of the 2DES system with the data of Table 1 for $V_G = 0.3$ V. Dash line corresponds to $E_{N_L}^-$ levels and solid line to $E_{N_L}^+$ levels. It shows the crossing of spin-up and spin-down levels when B decreases.

Table 1

Parameters used to compute the magnetoresistance of the 2DES confined in a $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ layer of the device described in Ref. [7].

V_G (volts)	n (m^{-2})	α (eVnm)	$\Gamma_{N_{LL}}$
0.3	2.0×10^{16}	7.2×10^{-12}	$0.010E_F + \sqrt{(2\hbar^2/\pi)(\omega/\tau)}$
0.0	1.9×10^{16}	7.7×10^{-12}	$0.014E_F + 1.4\sqrt{(2\hbar^2/\pi)(\omega/\tau)}$
-0.3	1.8×10^{16}	8.3×10^{-12}	$0.016E_F + 1.6\sqrt{(2\hbar^2/\pi)(\omega/\tau)}$

The effective mass of the carriers is $m = 0.05m_0$, the effective g -factor is -4 . The relaxation time is $\tau = 1.0 \times 10^{-12}$ s, obtained from the measures made by Burt et al. [20].

ad hoc expression:

$$D(E)_s = \frac{eB}{\hbar} \sum_s \sum_{N_L} \left[\frac{\pi}{2} \Gamma_{N_L}^2 \right]^{-1/2} \exp \left\{ -2 \frac{(E - E_{N_L}^s)^2}{\Gamma_{N_L}^2} \right\} \quad (3)$$

where Γ_{N_L} is the width of the $E_{N_L}^s$ level. The level broadening is strongly dependent on the range of scattering potentials [16]. For short-range scatters ($d < l/\sqrt{(2N_L + 1)}$, where d is the order of the range and $l = \sqrt{\hbar/eB}$ the magnetic length) $\Gamma_{N_L}^2$ depends on the strength of the magnetic field. The broadening due to long-range potentials is proportional to fluctuations of the local potential energy $(V(r) - \langle V(r) \rangle)^2$, and can be considered negligible for short-range potentials in δ -doped samples where the impurities are far from the 2DES. Then, we use the expression

$$\Gamma_{N_L} = \Gamma_0 + \kappa \sqrt{(2\hbar^2/\pi)(\omega/\tau)} \quad (4)$$

where Γ_0 and κ are fitting parameters, and τ is the relaxation time without applied magnetic field. Eq. (3) involves two 2DES with two different spin states. Fig. 2a and b shows the density of states of a 2DES for the data given in Table 1 for $V_G = 0.3$ V at 1.2 and 1.8 T, respectively. When the applied magnetic field increases, the energy levels $E_{N_L}^s$ move to the Fermi level (E_F), and the conduction occurs when each level crosses E_F , providing a modulated oscillation in the magnetoconductivity and magnetoresistivity at quantum Hall regime (beating pattern of SdH oscillations, see Fig. 3) [17]. The beating pattern arises from the existence of two kinds of carriers, and the sum of their concentrations at Fermi level. The nodes of the oscillations occur in the region of magnetic field in which there is no coincidence of energy levels at Fermi

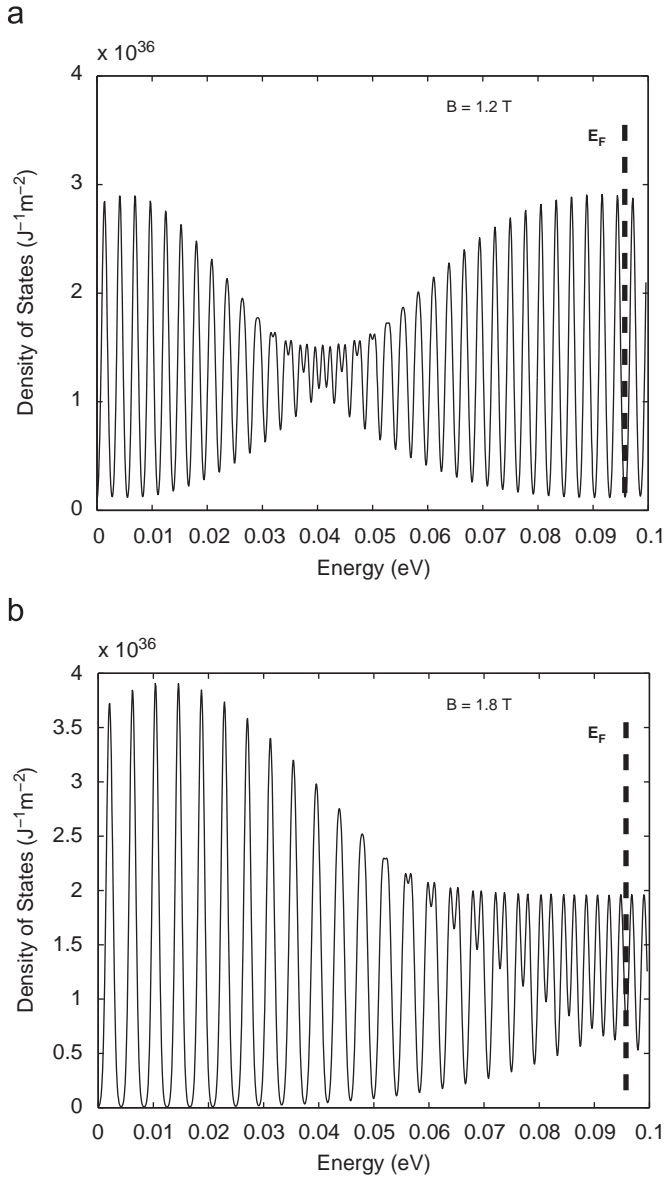


Fig. 2. The 2DES density of states with data from Table 1 for $V_G = 0.3$ V. (a) At $B = 1.2$ T, where there is coincidence of adjoining levels at energies close to E_F . (b) at $B = 1.8$ T, where all levels are spin resolved at energies near E_F and hence there is no coincidence of levels.

energy. This condition is given by $(E_{N_L}^+ + E_{N_L+1}^+)/2 = E_{N_{LC}}^- \approx E_F$, where $N_{LC} = N_L+1, N_L+2, \dots$. The first node occurs close to 1.8 T, when the levels $N_L \approx 22$ –23 cross the Fermi level and $N_{LC} = N_L+1$. The second node occurs at 0.95 T with $N_L \approx 43$ and $N_{LC} = N_L+2$. High-order nodes occur for $N_{LC} \geq N_L+3$ and $B < 0.95$ T. On the other hand, when $E_{N_L}^+ = E_{N_{LC}}^-$, with $N_{LC} = N_L+1, N_L+2, \dots$, a coincidence of levels appears. At Fermi level, one coincidence occurs in a region of magnetic field near to 1.2–1.3 T for $N_L \approx 31$ –33 (with $N_{LC} = N_L+2$), and in this region the magnetoconductivity oscillations have maximum local values. In Fig. 2a there is coincidence of levels near E_F but not in Fig. 2b. Also exists a competition between Rashba and Zeeman effects which occurs by the coincidence of levels $E_{N_L}^+$ and $E_{N_L+1}^-$. If we compare Eq. (2) with the conventional spin-up and spin-down energy states associated with N_L LL number, this correspond to $E_{N_L}^+$ and $E_{N_L+1}^-$ states, i.e. $\Delta E_{spin} = |E_{N_L}^+ - E_{N_L+1}^-|$ [18]. In the absence of Rashba effect, Eq. (2) reproduces well known LL energy spectrum. In the limit of large

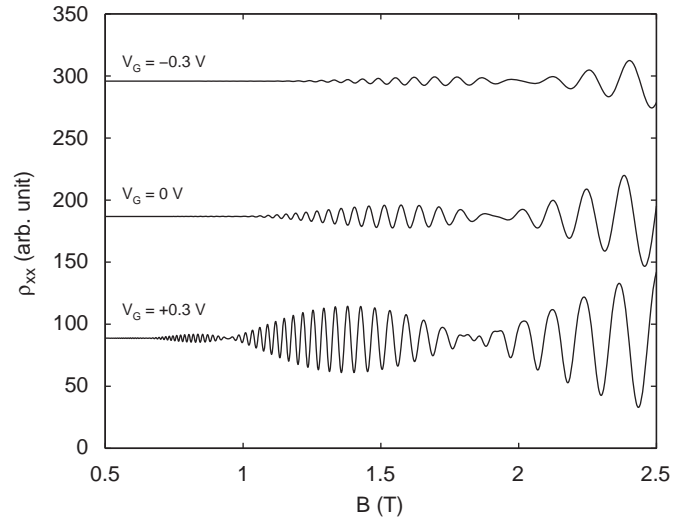


Fig. 3. SdH oscillations of a 2DES confined in the $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ layer of a heterostructure computed with data obtained in Ref. [7] and using the parameters given in Table 1. This model reproduces the experimental values in which a variation of Rashba parameter is observed with the gate voltage V_G applied to the system.

magnetic fields the Zeeman term dominates the spin splitting, obtaining $\Delta E_{spin} = g\mu B$. In the opposite limit, when $B \rightarrow 0$, $\Delta E_{spin} = 2\alpha k_F$ is obtained, where $k_F = \sqrt{2\pi n}$ is the Fermi wave vector and n the equilibrium carrier concentration. The condition of coincidence is $E_{N_L}^+ = E_{N_L+1}^-$, and is governed by the equation

$$\sqrt{\left(1 - |g|\frac{m}{2m_0}\right)^2 + \frac{\gamma}{B}N_L} + \sqrt{\left(1 - |g|\frac{m}{2m_0}\right)^2 + \frac{\gamma}{B}(N_L + 1)} = 2 \quad (5)$$

With the data of Table 1 for $V_G = 0.3$ V, this occurs at 4.85 T and $N_L \approx 7$ –8.

The magnetoconductivities are obtained relating the carrier current density with the applied electric and magnetic fields. The general expression is

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = e \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} \vec{v}_s f(E) D(E)_s dE \quad (6)$$

where \vec{v} is the carrier velocity, E the electron energy and f the distribution function perturbed by the electric and magnetic fields [19]. Hence, we are assuming two currents with different spins (parallel and anti-parallel to magnetic field). To compute the magnetoconductivity, we use the semiclassical theory, using the Eq. (3) as density of states. Taking into account the linear relationship $\vec{j} = [\sigma]\vec{E}$, where \vec{E} is the applied electric field and $[\sigma]$ the magnetoconductivity tensor, we obtain

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{e^2 N \tau}{m} \frac{1}{1 + (\omega \tau)^2} \quad (7a)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \frac{e^2 n \tau}{m} \frac{\omega \tau}{1 + (\omega \tau)^2} \quad (7b)$$

n is the whole equilibrium carrier concentration and N the carried concentration at the Fermi level, given by the expressions

$$n = n_+ + n_- = \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} f_0(E) D(E)_s dE \quad (8a)$$

$$N = N_+ + N_- = \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} D(E)_s E \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE \quad (8b)$$

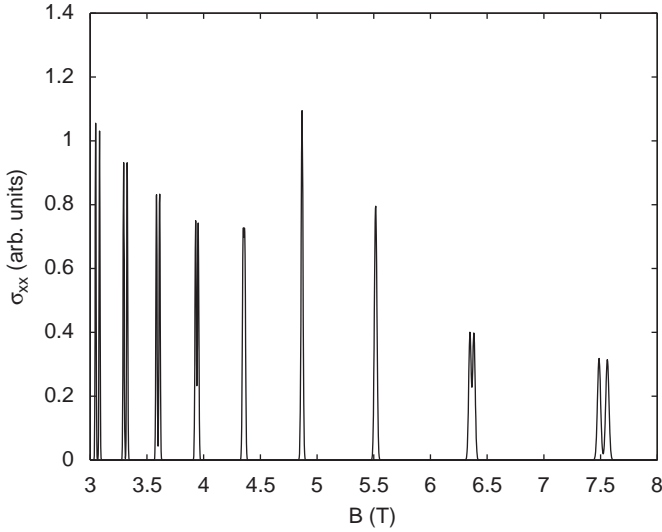


Fig. 4. Computed magnetoconductivity for a clean 2DES. The higher value of the magnetoconductivity near 4.85 T is due to the competition of Rashba and Zeeman effects. (The data used correspond to $V_G = 0.3$ V and $0.1\Gamma_{N_{ls}}$ from Table 1.)

From Eqs. (7a) and (7b) the magnetoresistivity tensor is obtained by the relationship $[\rho] = [\sigma]^{-1}$, obtaining

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \sigma_{xx} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2) \quad (9a)$$

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = -\sigma_{xy} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2) \quad (9b)$$

Fig. 3 shows the computed values of magnetoresistivity from Eq. (9a) of a 2DES confined in the $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ heterostructure described in Ref. [7]. From these results, we determine the data showed in Table 1 for three gate voltages, obtaining a good agreement with the experimental data measured. In fact, the model also reproduces the experimental results of the variation of the Rashba parameter with the applied gate voltage.

At $V_G = 0.3$ the maximum of local oscillations occur at a value of magnetic field near to 1.4 T instead in the range 1.2–1.3 T as we expected if the coincidence condition $E_{N_L}^+ = E_{N_L+2}^- = E_F$ is applied. This is a consequence of the overlapping of adjoining levels and the increase of the density of states as the magnetic field grows.

On the other hand, as we have seen before, the Rashba–Zeeman competition at Fermi levels occurs near to 4.85 T. Shen et al. [21] deduced the appearance of a resonance in the spin Hall conductance at values of magnetic field where exists the coincidence $E_{N_L}^+ = E_{N_L+1}^-$ being Eq. (5) the resonant condition at Fermi level. The effect that we deduced is an increase in the charge magnetoconductivity at this value of the field, and it could be observed only in clean samples. Fig. 4 shows a plot of σ_{xx} computed using a Gaussian width of a tenth of $\Gamma_{N_{ls}}$.

In summary, we have studied the transport properties of a 2DES with a Rashba spin–orbit coupling in a perpendicular magnetic field, where we have assumed the system composed by two kinds of carriers (electrons with parallel and antiparallel spins). We analyze the effects on the conduction of the energy levels crossing. When this occurs at Fermi energy the charge magnetoconductance increases. Also the model shows the Rashba–Zeeman competition, and predices the behaviour of σ_{xx} at this point. The good agreement with the experimental data obtained in Ref. [7] allows the use of this simple theory to model spintronic devices.

References

- [1] S. Datta, et al., Appl. Phys. Lett. 56 (1990) 665.
- [2] E.I. Rashba, Fiz. Tverd. Tela (Leningrad) 2 (1960) 1224; E.I. Rashba, Sov. Phys. Solid State 2 (1960) 1109.
- [3] B. Das, et al., Phys. Rev. B 39 (1989) 1411.
- [4] Y.A. Bychkov, et al., J. Phys. C 17 (1984) 6039.
- [5] D. Grundle, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 6074.
- [6] C.L. Yang, et al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 186605.
- [7] J. Nitta, et al., Phys. Rev. Lett. 78 (7) (1997) 1335.
- [8] D. Dresselhaus, Phys. Rev. 100 (2) (1955) 580.
- [9] P.D. Dresselhaus, et al., Phys. Rev. Lett. 68 (1992) 106.
- [10] E.A. de Andrada e Silva, et al., Phys. Rev. B 50 (1994) 8523.
- [11] R.G. Mani, et al., Phys. Rev. B 69 (2004) 193304.
- [12] M.A. Hidalgo, Microelectron. Eng. 43–44 (1998) 453.
- [13] A.H. MacDonald, Quantum Hall Effect: A Perspective, Ed. Jaca Book spa. Milano 1989.
- [14] C. Weisbuch, et al., Phys. Rev. B 15 (2) (1977) 816.
- [15] V.Ya. Aleshkin, et al., Semiconductors 42 (7) (2008) 828.
- [16] T. Ando, et al., Rev. Mod. Phys. 54 (1982) 437.
- [17] F.F. Fang, P.J. Stiles, Phys. Rev. 174 (1978) 823.
- [18] R. Winkler, Spin–Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems, STMP 191, Springer, ISBN 3-540-01187-0, 2003, p 69.
- [19] B.M. Askerov, Electron transport phenomena in semiconductors, World Scientific Publishing Co., 1994.
- [20] Burgt, et al., Phys. Rev. B 52 (16) (1995) 12218.
- [21] A. Shen, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (25) (2004) 256603.



Rashba spin–orbit coupling effect on the quantum Hall magnetoresistivity

M.A. Hidalgo^a, R. Cangas^{b,*}

^a Departamento de Física, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares (Madrid), Spain

^b Departamento de Física, Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial, Universidad Politécnica de Madrid, Spain.

ARTICLE INFO

Article history:

Received 12 June 2009

Received in revised form

16 October 2009

Accepted 3 November 2009

Available online 11 November 2009

Keywords:

Rashba spin–orbit coupling

Quantum Hall effect

Shubnikov–de Haas oscillations

InGaAs/InAlAs heterostructure

ABSTRACT

In this paper we analyze the influence of the Rashba spin–orbit coupling on the quantum Hall magnetoresistivity in a two-dimensional electron system (2DES). The study is based on an analytical model for the integer quantum Hall effect (IQHE) and the Shubnikov–de Haas (SdH) phenomena. This model shows the behaviour of the Hall magnetoresistivity when the Rashba parameter is varied, and reproduces Hall plateaux of a 2DES confined in a III–V heterostructure. We also discuss the Rashba and Zeeman competition and its effect on the width of the Hall magnetoresistivity plateaux.

© 2009 Elsevier B.V. All rights reserved.

The quantum Hall effect is one of the most amazing and interesting phenomena in the condensed matter physics discovered at the end of the past century. The integer quantum Hall effect (IQHE) is characterized by the appearance of quantized plateaux in multiples of ve^2/h in the non-diagonal magnetconductivity σ_{xy} (h is the Planck constant, e the electron charge and $\nu=1,2,3,\dots$ an integer), and vanishing values in the diagonal magnetconductivity σ_{xx} observed at the same magnetic field ranges [1]. The magnetconductivities are measured on a two-dimensional electron system (2DES) at very low temperatures. Up to now the physical realizations of a 2DES are provided in semiconductor heterostructures, MOSFETs devices, and more recently in graphene layers [2]. From the theoretical point of view several attempts to understand the integer quantum Hall effect (IQHE) have been published. The most accepted is based on the ‘g Gedanken’ experiment thought up by Laughlin [3], where the 2DES localized states due to ionized impurities and defects play a crucial role to explain the plateaux. However, experimental evidences show that higher electron mobility (materials with less defects and impurities) provides better plateaux precision [4]. The appearance of even and odd plateaux (ν even or odd) in the IQHE is due to the breakdown of the spin degeneration of every Landau level (LL) as a consequence of the Zeeman effect, creating spin-polarized carriers with parallel and anti-parallel orientations with respect to the direction of the applied magnetic field and splitting the LLs. Even without any external magnetic field applied,

the carriers of the 2DES confined in the inversion layer of an heterostructure can be spin-polarized by the spin–orbit magnetic field created by the internal built-in electric field, that is formed by the structure inversion asymmetry (SIA) of the heterostructure device. The carriers have parallel and anti-parallel orientations with respect to the spin–orbit magnetic field. In 1989 Das et al. [5] obtained an evidence of spin splitting at zero magnetic field in InGaAs/InAlAs heterostructures. The SIA electric field is normal to the 2DES confined in the inversion layer or quantum well, and the spin splitting provided by this is given by the expression [6]:

$$\Delta E_{so}^{SIA} = 2 \alpha k \quad (1)$$

where $\vec{k} = (k_x, k_y)$ is the 2DES wave vector, and the Rashba parameter, that depends on the electric field asymmetry of the heterostructure, α has values that varies between 2×10^{-12} eV m and 5×10^{-11} eV m for InAs [7,8] and is of the order of 1.5×10^{-13} eV m for AlGaAs [9]. In 1990 Datta et al. [10] proposed a spin-polarized field effect transistor based in the interference of two spin-polarized currents, controlling the polarization of the currents with the gate electric field. Yang and Chang [11] have found that Rashba spin splitting energy has a nonmonotonic and anisotropic behaviour with the momentum, in contrast to the widely used isotropic linear model. In our model the 2DES is confined in the $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ layer of the device used in Ref. [12], and we consider a linear behaviour with the momentum of the Rashba spin splitting.

On the other hand, zinc-blend semiconductors have bulk inversion asymmetry (BIA), varying their lattice potential with the crystal directions and therefore the local electric field. Due to this there exist an intrinsic BIA spin–orbit effect. The BIA effect is stronger than the SIA effect in the GaAs/AlGaAs heterostructure

* Corresponding author. Tel.: +34 913363219; fax: +34 913366850

E-mail addresses: miguel.hidalgo@uah.es (M.A. Hidalgo).

roberto.cangas@upm.es (R. Cangas).

2DES, and the values measured of spin-split energy in this alloy are of the order of 20 μeV at the Fermi level [13]. In quantum well and heterostructure devices made with InGaAs/InAlAs systems the SIA effect has a dominant effect on BIA effect, being SIA spin-orbit split energy at least two times greater than BIA spin-orbit split energy [14]. Measured spin-split energies are of the order of meV at Fermi level [15]. Ref. [16] shows a theoretical analysis of the interplay between Zeeman spin splitting, Rashba and Dresselhaus spin-orbit interaction.

In a previous paper [17] we have presented an analysis of the diagonal magnetoresistivity in a 2DES affected only by Rashba spin-orbit coupling, and this paper treats its effect on the Hall magnetoresistivity at larger magnetic fields. The model used is a simple semi-classical theory of a 2DES confined in a quantum well under the application of external electric and magnetic fields [18], and with the presence of Rashba spin-orbit coupling [17]. In this theory we assume that variations in the external magnetic field produces a fluctuation in the electron density, keeping constant the chemical potential, which is fixed by the environment. In all realization of a confined 2DES there is a reservoir of charge surrounding the system that provides electrons to it. Then the chemical potential must be established by the whole 3D structure. A similar scenario was intended at the beginning of the discovery of the quantum Hall effect [19], although considering a capture mechanism of electrons by the impurities.

At zero external magnetic field we consider the 2DES as a two-dimensional non-interacting electron gas under the effective mass approximation, perturbed by impurities, defects and spin-orbit coupling. Then, the energy of each electron can be approached by $E(k) = \hbar^2 k^2 / (2m + U) \pm \Delta E_{SO}/2$, where m is the electron effective mass, U takes into account the electrostatic interaction with impurities and defects, and ΔE_{SO} is the spin-orbit split energy caused by the SIA effect (Eq. (1)). On the other hand, when an external magnetic field B is applied normal to the 2DES, and assuming no spin-orbit coupling effects, the energy of the system is discretized in Landau levels (LL) with values $E_{N_L}^{\pm} = (N_{L\pm} + 1/2) \hbar\omega \pm 1/2 g\mu B$, where the last term (Zeeman term) correspond to spin $\uparrow\downarrow$ orientations, $N_{L\pm} = 0, 1, 2, 3, \dots$, $\omega = eB/m$ the cyclotron frequency, μ the Bohr magneton and g is the effective g -factor, that can be as high as 15 in InGaAs alloys [20]. In a 2DES confined in a heterostructure device immersed in an external magnetic field, and taking into account the SIA and Zeeman effects, the energy of the carriers is determined by the expression [6]

$$E_{N_L}^s = \hbar\omega \left[N_L + s \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - |g| \frac{m}{2m_0}\right)^2 + \frac{\gamma}{B} N_L} \right] \quad (2)$$

with $s = \pm 1$ for $N_L = 1, 2, 3, \dots$, and $s = +1$ for $N_L = 0$ (the index s refers to spin $\uparrow\downarrow$ orientations), where $\gamma = 8\alpha^2 m^2 / \hbar^3 e$, and m_0 is the free electron mass. Rashba and Zeeman effects break the spin degeneration. We analyze the entire two-dimensional electron gas as two 2DES with different spin orientations (parallel and anti-parallel to the magnetic field) with quantized energies $E_{N_L}^s$. When the applied magnetic field increases, the energy levels $E_{N_L}^s$ move to the Fermi level (E_F), and the conduction occurs when each energy level crosses E_F , providing beating patterns in the Subnikov-de Haas oscillations and in the Hall magnetoresistivity, with nodes at the same values of magnetic field (Fig. 1). Fig. 1 is reproduced with Eqs. (5a) and (5b) and the values showed are obtained from the experimental data given in Ref. [12], with a carrier concentration of $2.0 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ at zero magnetic field, an effective mass of $0.05m_0$, $\alpha = 0.72 \times 10^{-11} \text{ eV m}$, $g = -4$, and a relaxation time of $\tau = 1.0 \times 10^{-12} \text{ s}$ [21]. The maximum/minimum (nodes) oscillations are due to the coincidence/no coincidence of different energy levels $E_{N_L}^s$ at the Fermi level. The nodes occur with

no coincidence condition of $E_{N_L}^+$ and $E_{N_L}^-$ ($N_L \neq N_L'$) levels. The oscillations of the magnetoresistivity at low magnetic field can be used to determine the spin-split energy, and hence the Rashba parameter [12,17] assuming no BIA spin-orbit effect.

If we compare Eq. (2) with the conventional spin-up and spin-down energy states associated with N_L Landau level number, this corresponds to $E_{N_L}^+$ and $E_{N_L+1}^-$ states, i.e. $\Delta E_{spin} = |E_{N_L}^+ - E_{N_L+1}^-|$ [22]. In the absence of Rashba effect, Eq. (2) reproduces well-known LL energy spectrum. In the limit of large magnetic fields the Zeeman term dominates the spin splitting obtaining $\Delta E_{spin} = g\mu B$. In the opposite limit when $B \rightarrow 0$, we obtain $\Delta E_{spin} = 2\alpha k_F$ at the Fermi energy, where $k_F = \sqrt{2\pi n}$ is the Fermi wave vector and n the equilibrium carrier concentration. At intermediate magnetic fields also exists a competition between Rashba and Zeeman effects which occurs by the coincidence of levels $E_{N_L}^+$ and $E_{N_L+1}^-$, i.e. when $E_{N_L}^+ = E_{N_L+1}^-$ at a fixed value of the magnetic field. In this point $\Delta E_{spin} = 0$. At magnetic fields below this field the Rashba effect dominates, and for fields above, the Zeeman effect does. When the coincidence occurs at Fermi level, in very clean samples, a maximum in magnetoresistivity (and also in magnetoconductivity) should be observed [12,23]. Fig. 2 shows a fan of energy levels of the 2DES. Continuous line corresponds to conventional Landau levels with spin degeneration, and dash lines correspond to energy levels obtained from Eq. (2). In the figure, we have used higher values of Rashba parameter ($\alpha = 3 \times 10^{-11} \text{ eV m}$) and the gyromagnetic factor ($g = -8$) in order to show the Rashba–Zeeman competition $E_{N_L}^+ = E_{N_L+1}^- \approx E_F$ with more detail, that occurs near to 14.5 T ($E_F = 0.096 \text{ eV}$).

The magnetoconductivities are obtained relating the current carrier density for a 2DES to the applied electric and magnetic fields, taking into account the presence of two populations of electrons in the 2DEG with two different spin orientations. Then, the general expression for the current density is given by

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = e \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} \vec{v}_s f(E) D(E)_s dE \quad (3)$$

where \vec{v}_s is the carrier velocity, E the electron energy, $D(E)_s$ the density of states for each spin orientation [12,24], and f is the modified distribution function due to the electric and magnetic fields [25]. We assume that the density of states is the *ad hoc* function $D(E)_s = (eB/\hbar) \sum_s \sum_{N_L} [(\pi/2) \Gamma_{N_L s}^2]^{-1/2} \exp\{-2(E - E_{N_L s}^2)/\Gamma_{N_L s}^2\}$, and with gaussian level broadening $\Gamma_{N_L s}$ of the energy

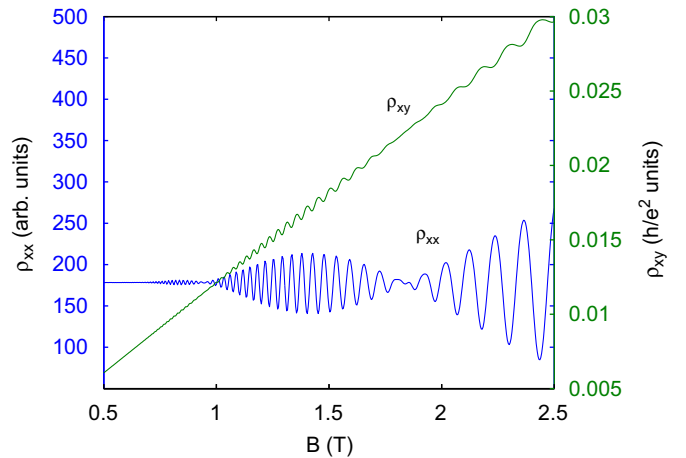


Fig. 1. SdH and Hall magnetoresistivity oscillations of a 2DES confined in the In_{0.53}Ga_{0.47}As layer of a heterostructure computed with data obtained in Ref. [12], with a zero field carrier concentration of $2.0 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$, a Rashba parameter $\alpha = 0.72 \times 10^{-11} \text{ eV m}$ and a g -factor of -4 .

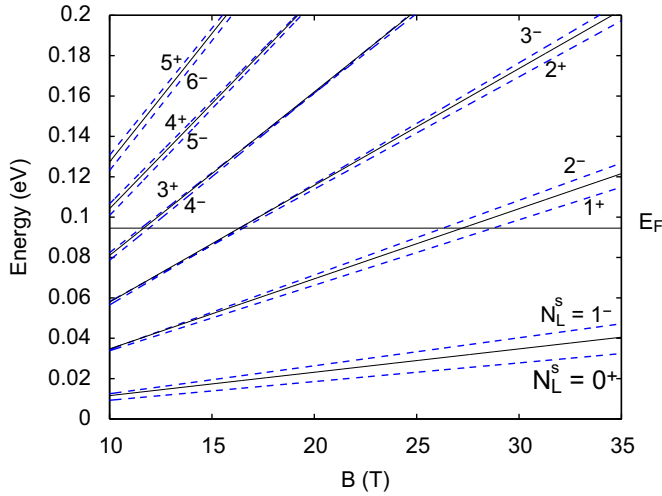


Fig. 2. Plot of the energy levels (from $N_L=0-6$) of the 2DES system. Continuous line are the conventional Landau levels without spin split. Dash line corresponds to $E_{N_L}^\pm$ levels. It shows the Rashba–Zeeman competition where the adjoining levels intersect. The used values of Rashba parameter and g -factor are $\alpha=3 \times 10^{-11}$ eV m and $g=-8$, respectively, and $m=0.05m_0$. The Rashba–Zeeman competition occurs near 14.5 T at Fermi level.

levels that strongly depends on the range of the scattering potentials [24]. For short range scatters $\Gamma_{N_L^s}^2$ depends on the strength of the magnetic field. The broadening due to long range potentials is proportional to fluctuations of the local potential energy $\langle V(r) - \langle V(r) \rangle \rangle^2$, and can be considered negligible in δ -doped samples where the impurities are far from the 2DES. Then, we use the expression given by Ando et al. [24] for short range scatters $\Gamma_{N_L^s} = \Gamma_0 + \kappa \sqrt{(2\hbar^2/\pi)(\omega/\tau)}$, where Γ_0 and κ are fitting parameters, and τ is the relaxation time without applied magnetic field.

Hence, we assume two currents with different spins (parallel and anti-parallel to the magnetic field). Taking into account the relationship $\vec{j} = [\sigma] \vec{E}$, where \vec{E} is the electric field and $[\sigma]$ the magnetoconductivity tensor, with terms $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = (e^2 N \tau / m) / (1 + (\omega \tau)^2)$, $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = (e^2 n \omega \tau^2 / m) / (1 + (\omega \tau)^2)$. n is the whole equilibrium carrier concentration, and N the carrier concentration at Fermi level, given by

$$n = n_+ + n_- = \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} f_0(E) D(E)_s dE \quad (4a)$$

$$N = N_+ + N_- = \sum_s \int_{-\infty}^{\infty} D(E)_s E \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE \quad (4b)$$

where f_0 is the Fermi–Dirac distribution function. Fig. 3(a) and (b) shows the oscillations of each equilibrium concentration of the two carrier's populations as a function of the magnetic field, and the sum of both, Eq. (4a), with the data used in Ref. [12], and as obtained from the model. Fig. 3(a) represents n in all the magnetic field range and Fig. 3(b) at low magnetic fields. As it is seen, in the limit of zero magnetic field, different values for n_+ and n_- appears as a consequence of the Rashba spin–orbit effect. Therefore, this difference of the carriers concentration also allows to determine the Rashba parameter. Of course, the two kind of spin carriers are presented in samples where more than one sub-band is occupied [26,27] and with non-parabolic energy dispersion. Taking into account that tensor of the resistivity is obtained from $[\rho] = [\sigma]^{-1}$,

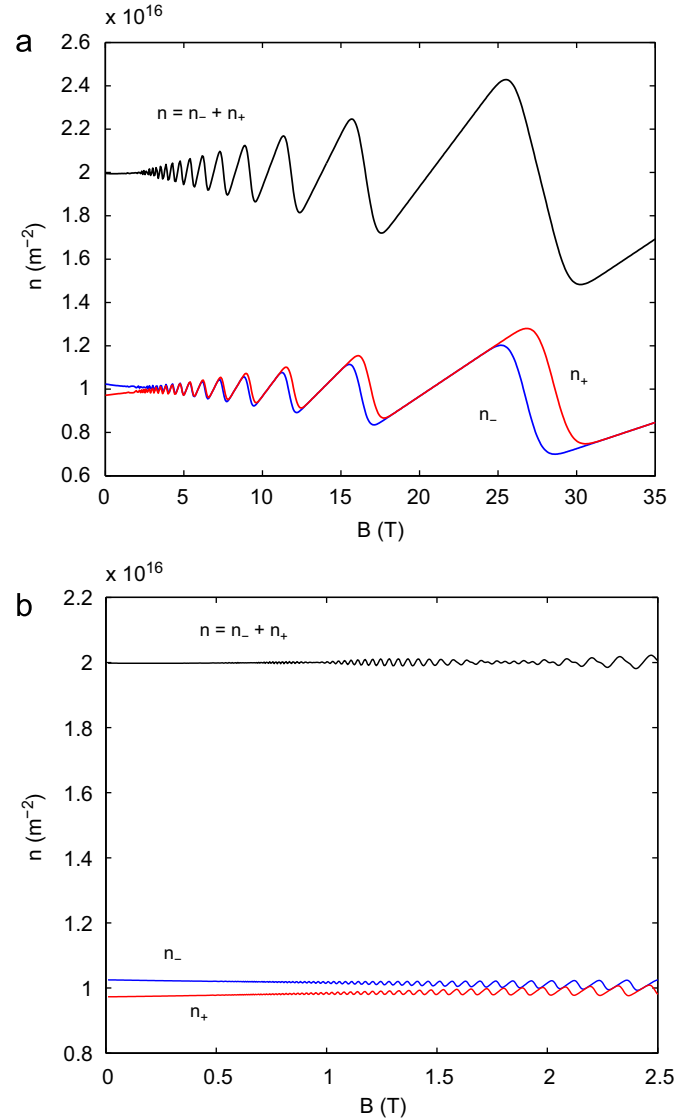


Fig. 3. (a) Oscillations of the bulk carrier concentrations n_- and n_+ , and the sum of both (Eq. (5)), as a function of the magnetic field. The figure was obtained with the data used in Fig. 1[12]. (b) Detail of the carrier concentrations of Fig. 3a at low magnetic field.

the magnetoresistivities diagonal and Hall are

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \sigma_{xx} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2) \quad (5a)$$

$$\rho_{xy} = \rho_{Hall} = -\rho_{yx} = -\sigma_{xy} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2) \quad (5b)$$

As we mentioned before, the whole 2DES can be viewed like two 2DES with different spin orientation, separated in energy by $\Delta E_{so}^{SA} = 2\alpha k_F$. Then, from a naïve point of view assuming a parabolic energy dispersion, and taking into account the density of states of a 2DES at zero magnetic field, $D(E) = m/2\pi\hbar^2$ for each electron spin system, the Rashba parameter can be deduced from the expression (4a)

$$\alpha = \frac{\Delta n_0}{2D(E)k_F} \quad (6)$$

where $\Delta n_0 = n_{0-} - n_{0+}$ is the difference in carrier concentrations at zero field between both possible spin orientations. Thus, for example, the value obtained with this procedure with the data used in Fig. 3b is $\alpha = 0.77 \times 10^{-12}$ eV m.

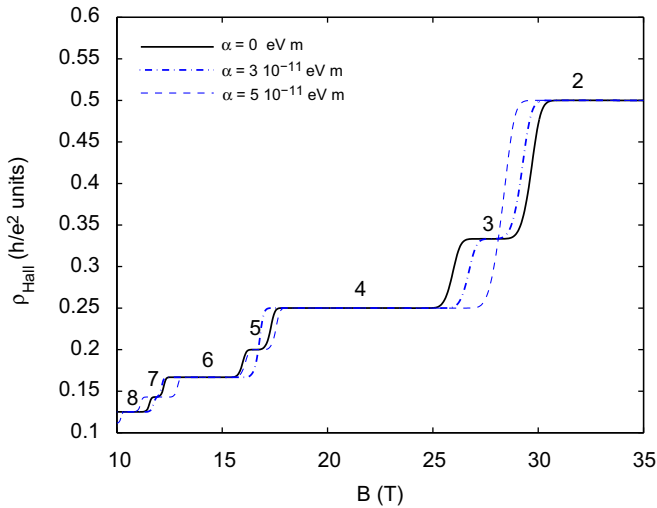


Fig. 4. Quantum Hall magnetoresistivity at three different Rashba parameters and an effective g -factor of -8 . Continuous line correspond to $\alpha=0$. For $\alpha=3 \times 10^{-11}$ eV m (dash-dot line) and $\alpha=5 \times 10^{-11}$ eV m (dot line) the $\nu=5$ and $\nu=3$ plateaux vanishes, respectively. This occurs in both cases due to the Rashba–Zeeman competition at these values of the magnetic field.

Fig. 4 shows the Hall magnetoresistivity at three different values of Rashba parameter and considers an effective g -factor of -8 . In order to resolve even and odd plateaux (even and odd ν , respectively) we use small gaussian width of energy levels [17]. When $\alpha=0$ the spin degeneration is broken only by the Zeeman effect, and the width of the plateaux grows with the magnetic field. The odd plateaux became wider when B grows. When $\alpha \neq 0$ the width of the plateaux varies due to the effect of the Rashba spin–orbit, producing the disappearance of the odd plateaux in the magnetic field regions where the Rashba–Zeeman competition occurs, i.e. when $E_{N_L}^+ = E_{N_L+1}^-$ near to Fermi level. For $\alpha=3.0 \times 10^{-11}$ eV m this happens near to 14.5 T, vanishing the $\nu=5$ plateaux, and for $\alpha=5.0 \times 10^{-11}$ eV m Rashba–Zeeman competition occurs at values close to 25 T, vanishing the $\nu=3$ plateaux. As expected, the value of the Hall magnetoresistivity is not affected by the SIA spin–orbit effect ($\rho_{xy} = h/(ve^2) = 25812.807/\nu \Omega$, $\nu=1,2,3, \dots$). In fact, the quantum Hall effect is reproduced in

dirty samples where local high electric fields due to impurities exist.

In summary, we have studied the Hall magnetoresistivity ρ_{xy} of a 2DES with a Rashba spin–orbit coupling in a perpendicular magnetic field, where we have assumed the system composed by two kinds of carriers (electrons with parallel and anti-parallel spins). At low magnetic fields ρ_{xy} also reflects the beating pattern with nodes at values of magnetic fields where the nodes of the SdH appear. At higher fields ρ_{xy} have values of $h/(ve^2)$, and not depends on the Rashba parameter. The whole spin degeneration only affects the width of the plateaux, vanishing the odd plateaux in the region of the magnetic field where Rashba effect is almost equal to Zeeman effect.

References

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper., Phys. Rev. Lett. 45 (6) (1980) 494.
- [2] K.S. Novoselov, et al., Nature 438 (2005) 197.
- [3] R.B. Laughlin, Phys. Rev. B 23 (1981) 5632.
- [4] R.L. Willet, et al., Phys. Rev. Lett. 59 (1987) 1776.
- [5] B. Das, et al., Phys. Rev. B 39 (1989) 1411.
- [6] Y.A. Bychkov, et al., J. Phys. C 17 (1984) 6039.
- [7] D. Grundle, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 6074.
- [8] C.L. Yang, et al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 186605.
- [9] L. Meier, et al., Nat. Phys. 3 (2007) 650.
- [10] S. Datta, et al., Appl. Phys. Lett. 56 (1990) 665.
- [11] W. Yang, K. Chang, Phys. Rev. B 73 (2006) 113303.
- [12] J. Nitta, et al., Phys. Rev. Lett. 78 (7) (1997) 1335.
- [13] E.A. de Andrada e Silva, et al., Phys. Rev. B 50 (1994) 8523.
- [14] S.D. Ganichev, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (25) (2004) 256601.
- [15] D. Grundle, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 6074.
- [16] W. Yang, K. Chang, Phys. Rev. B 73 (2006) 045303.
- [17] R. Cangas, M.A. Hidalgo, Phys. E 41 (2009) 1306.
- [18] M.A. Hidalgo, Microelectron. Eng. 43–44 (1998) 453.
- [19] A.H. MacDonald, Quantum Hall Effect: a Perspective, Jaca Book spa, Milano, 1989.
- [20] H. Kosaka, et al., Electron. Lett. 37 (7) (2001) 464.
- [21] Burgt, et al., Phys. Rev. B 52 (16) (1995) 12218.
- [22] R. Winkler, Spin–Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems, STMP 191, Springer, ISBN 3-540-01187-0, p 69.
- [23] A. Shen, et al., Phys. Rev. Lett. 92 (25) (2004) 256603.
- [24] T. Ando, et al., Rev. Mod. Phys. 54 (1982) 437.
- [25] B.M. Askerov, in: Electron Transport Phenomena in Semiconductors, World Scientific Publishing Co., 1994.
- [26] B. Engels, et al., Phys. Rev. B 50 (4) (1997) R1958.
- [27] Can-Ming Hu, et al., Phys. Rev. B 60 (11) (1999) 7736.

Spin magnetotransport in a two-dimensional electron system confined in a quantum well

Roberto Cangas¹ and Miguel Angel Hidalgo²

¹ Departamento de Física, Escuela Técnica de Ingeniería Industrial, Universidad Politécnica de Madrid, Spain

² Departamento de Física, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares (Madrid), Spain

E-mail: roberto.cangas@upm.es and miguel.hidalgo@uah.es

Received 23 May 2011, in final form 29 July 2011

Published 14 September 2011

Online at stacks.iop.org/SST/26/105016

Abstract

We show a simple model that computes the magnetoconduction in a two-dimensional electron system (2DES) where the spin is another degree of freedom in the system. The 2DES is confined in a quantum well (QW) immersed in a heterostructure, where the Rashba spin–orbit interaction is present. When an external magnetic field is applied to the system, the competition between the spin–orbit interaction and the Zeeman effect on the magnetoconduction of the 2DES is analysed, in the cases where one or two sub-bands are occupied in the QW. In the model different spin-oriented 2DES can be treated independently, with a spin current associated with each system. The model has been tested with experimental results obtained from a 2DES formed in an InGaAs layer.

(Some figures in this article are in colour only in the electronic version)

1. Introduction

The advances in the fabrication of mesoscopic systems with few impurities and defects lead to the macroscopic observation of microscopic quantum effects, such as the quantum Hall effect (QHE) and Subnikov–de Haas (SdH) oscillations [1]. These phenomena are related to the magnetoconductance of charged particles in a two-dimensional electron system (2DES), where the spin of the charge carriers plays a relevant role, and is responsible for the appearance of even and odd plateaux in the integer QHE. It is also possible to manipulate not only the charge current in the devices, but also the spin of the carriers by means of magnetic and/or electric fields. In fact, in 1990, Datta and Das [2] proposed a spin-polarized field effect transistor (FET). The gate electrode on the top of the FET device is used to control, by means of an electric field, the spin of the electrons. This electric field induces a spin–orbit interaction (SOI) that breaks the spin degeneration of the energy states in the 2DES. Even without any external magnetic/electric field, the carriers of the 2DES are also spin polarized by the internal built-in electric field due the structure inversion asymmetry (SIA) of the semiconductor

heterostructure. The first theoretical study of this effect was made by Rashba [3] in 1960 (the SOI due to SIA is called the Rashba effect). In 1989 Das *et al* obtained evidence of spin splitting carrier populations at zero magnetic fields in InGaAs/InAlAs heterostructures [4]. Additionally, zinc-blende-type semiconductors have bulk inversion asymmetry (BIA). Due to this asymmetry the local electric field varies along the crystal directions and therefore the SOI [5] (Dresselhaus effect). More recent devices are proposed by Schliemann *et al* [6] and Nitta *et al* [7], both based on the spin manipulation by means of an electric field. Schliemann has proposed a spin-field-effect transistor based on SOI of both SIA and BIA types, where the spin-independent scattering processes have no influence on the spin transport, and also showed how the interplay between SIA and BIA can lead to \mathbf{k} -independent spin wave functions. Nitta has proposed a device based on the interference of spinning currents guided in narrow wire rings.

This work analyses the electrical magnetoconductance (magnetoresistance) behaviour of a 2DES confined in a heterostructure quantum well (QW), under QHE conditions, and with Rashba SOI effect (at low temperature) using a simple model based on semiconsiderations and taking into

account the spin orientation degree of freedom. From the theoretical point of view several attempts to understand SdH magnetoconductance oscillations and the integer QHE have been published. The most accepted one is based on the ‘g Gedanken’ experiment thought up by Laughlin [8], where the 2DES-localized states due to ionized impurities and defects play a crucial role to explain the plateaux of the Hall affect and the SdH oscillations of the magnetoconductivity, with minima values close to zero. However, experimental evidence shows that the measures made on the 2DES with higher electron mobility (materials with few defects and impurities) provide better plateaux precision. The model that we proposed does not use localized states to explain the QHE and SdH effects, but a simple one-electron theory with two assumptions: first, the existence of a flow of carriers from/to the QW to/from the heterostructure where it is immersed (the heterostructure behaves as a ‘source/drain’ of charges), and where long relative variations in the 2DES carrier concentration occur with negligible variations in the 3D carriers density of the environment; second, external magnetic fields and/or SOI lifts the spin degeneration, splitting the 2DES into two independent 2DESs, one with parallel spin and the other with antiparallel one [9, 10]. The first assumption indicates a constant value of Fermi level in the 2DES when the 2D carrier concentration changes when the applied magnetic field varies. The second assumption leads us to consider the electron system as the sum of two 2DES independent spin subsystems.

In the present work we consider a QW where two sub-bands are filled; hence we consider four 2DESs (two subsystems in each sub-band according to the two spin states). In order to obtain the magnetoresistivity of such a system, in section 2 we compute the energy of the carriers immersed in an external magnetic field perpendicular to the 2DES plane, and subject to SOI. Then we develop the density of states (DOS) corresponding to the four 2DESs confined in the QW described above. In section 3 we calculate the whole density of carriers and the corresponding at the Fermi level in every 2DES. Adding the four magnetoconductivities we determine the total magnetoconductivity and hence the magnetoresistivity. This model also determines accurately the integer QHE [10], obtaining the plateaux and zeros of the Hall and diagonal magnetoresistances respectively.

2. Density of states

The Hamiltonian of a 2DES confined in the (x, y) plane, when an external magnetic field is applied, and taking into account the SOI, can be written as [11, 12]

$$H = \frac{(\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2}{2m^*} + \frac{1}{2}g^*\mu_B B + \alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) + \beta(\sigma_x k_x - \sigma_y k_y) \quad (1)$$

where \mathbf{k} is the electron wave vector, \mathbf{p} the generalized momentum, \mathbf{A} the magnetic potential vector, \mathbf{B} the external magnetic field, g^* the effective g -factor, μ_B the Bohr magneton and $\sigma_{i=x,y,z}$ are the Pauli matrices. The parameter α is related to SIA spin-orbit interaction (Rashba parameter), and β is a parameter related to the intrinsic BIA spin orbit coupling

(Dresselhaus parameter). The Rashba effect dominates in the 2DES formed in semiconductors with lower gap energy [13–15]. It can find measured values of α between 2×10^{-12} eVm and 5×10^{-11} eVm for a 2DES confined in InGaAs/InAlAs heterostructures [16, 17] (alloys where it takes higher values). Also in the 2DES formed in MOSFET devices α can be tuned with the gate voltage [18]. The Dresselhaus β parameter varies strongly with the crystal directions and with the width of the QW, obtaining values of 1.4×10^{-13} eVm for a 20 nm wide InGaAs-QW [13]. In QW and heterostructure devices made of InGaAs/InAlAs systems the SIA effect has more relevance than BIA, obtaining spin-split energies of the order of meV at Fermi level. Recent work shows a large Rashba spin splitting of 200 meV in a 2DES confined in a metallic surface-state band on Pb/Ge (111) at room temperature [19], opening new technological developments in semiconductor spintronic applications. We will focus this work on the 2DES only affected by SIA spin-orbit interaction, which is controlled by an external electric field and hence the α parameter.

If the 2DES is confined in a QW with subbands’ energy levels E_i ($i = 1, 2, \dots$), the eigenvalues of (1), assuming only the Rashba effect, are given by the expression [3, 11]

$$E_{iN_L}^s = E_i + \hbar\omega \left[N_L + s \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - |g^*| \frac{m^*}{2m_0}\right)^2 + \frac{\gamma}{B} N_L} \right] \quad (2)$$

with $s = \pm$ for $N_L = 1, 2, 3, \dots$, $s = +$ for $N_L = 0$, $\gamma = 8\alpha^2 m^{*2} / \hbar^3 e$, m_0 is the free electron mass and $\omega = eB/m^*$. The states given by (1) are highly degenerate [11], with a degeneracy of $(2\pi l^2)^{-1}$, where $l = \sqrt{\hbar/(eB)}$ is the magnetic length. In the limit of large magnetic fields the Zeeman term dominates the spin splitting, obtaining $\Delta E_{\text{spin}} = g^* \mu_B B$. In the opposite limit when $B \rightarrow 0$, $\Delta E_{\text{spin}} = 2\alpha k_F$ at the Fermi energy, where $k_F = \sqrt{2\pi n_0}$ is the Fermi wave vector and n_0 the total 2DES carrier concentration. If we compare equation (2) with the spin-up and spin-down energy states associated with a conventional Landau level N_L , this corresponds to the $E_{N_L}^+$ and $E_{N_L+1}^-$ states, i.e. $\Delta E_{\text{spin}} = |E_{N_L}^+ - E_{N_L+1}^-|$.

At zero magnetic field, the SIA spin-split energy of a 2DES is $E_{\pm}(k) = \mu_c k^2 \pm \alpha k$ where $\mu_c = \hbar^2/2m$, and the density of states (DOS) of the spin-split branches at zero temperature has the form [12]

$$D_{\pm}(E) = \frac{1}{4\pi\mu_c} \left[1 \mp \frac{\alpha}{\sqrt{4\mu_c E + \alpha^2}} \right], \quad E \geq 0 \quad (3)$$

$$D_-(E) = \frac{1}{2\pi\mu_c} \frac{\alpha}{\sqrt{4\mu_c E + \alpha^2}}, \quad E < 0.$$

The DOS converges to the constant value $D_0 = m^*/\pi\hbar^2$ (no spin degeneration is considered) when α is zero. In a QW with two filled subbands with energies E_1 and E_2 , the 2DES can be considered as the sum of four 2DESs, everyone related to the $E_{1\uparrow}$, $E_{1\downarrow}$, $E_{2\uparrow}$ and $E_{2\downarrow}$ states. Hence the whole DOS of the four subsystems is computed by the expression

$$D(E) = \sum_s \sum_i D_{is}(E). \quad (4)$$

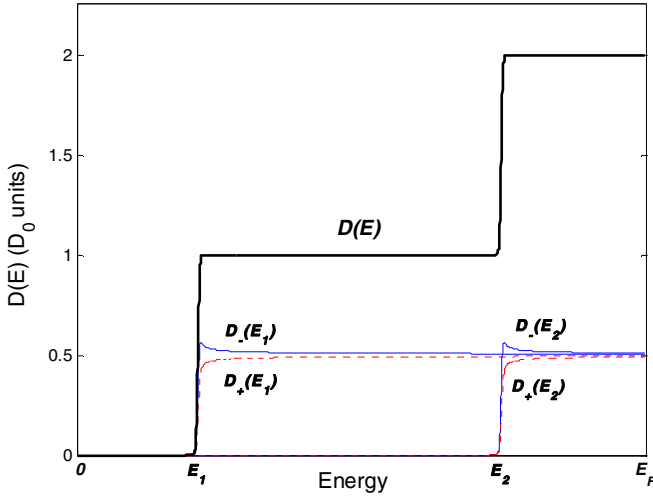


Figure 1. Density of states of a 2DES with Rashba SOI at zero external magnetic field. The whole DOS (black line) is the sum of the contributions of the two filled subbands with energies E_1 and E_2 . Also each E_i subband is split into two spin systems, with DOS $D(E_i)_+$ and $D(E_i)_-$. E_F is the Fermi level.

Figure 1 shows the DOS of the 2DES confined in a QW with two subbands (with energy levels E_1 and E_2). The whole density of states is considered as the sum of the four DOS independent related to the four 2DESs.

The DOS of a 2DES under the application of a magnetic field normal to the system has a shape like a ‘comb’, where the pinned ‘teeth’ are related to the $E_{N_L}^s$ values, and can be modeled with an ‘ad hoc’ Gaussian shape function [20]:

$$D(E)_{is} = (eB/h) \sum_s \sum_{N_L} [(\pi/2)\Gamma_{N_L s}^2]^{-1/2} \times \exp\{-2(E - E_{iN_L}^s)^2/\Gamma_{N_L s}^2\}. \quad (5)$$

The level broadening $\Gamma_{N_L s}$ is strongly dependent on the range of the scattering potentials. For short-range scatters $\Gamma_{N_L s}^2$ depends on the strength of the magnetic field. The broadening due to long-range potentials is proportional to the fluctuations of the local potential energy $((V(\mathbf{r}) - \langle V(\mathbf{r}) \rangle)^2)$, and can be considered negligible in samples where the impurities are far from the 2DES. Then, we consider only short-range scatters and use the expression [20] $\Gamma_{N_L s} = \Gamma_0 + \kappa\sqrt{(2\hbar^2/\pi)(\omega/\tau)}$, where Γ_0 and κ are fitting parameters, and τ is the relaxation time that takes into account the transport and spin relaxation processes. We assume the Dyakonov–Perel relaxation mechanism [21, 22] which describes the spin relaxation of free electrons.

Figures 2(a)–(f) show the evolution of the DOS presented in figure 1 when an external magnetic field is applied and exists the Rashba effect. To model the DOS we have used a Rashba parameter of $\alpha = 0.7 \times 10^{-11}$ eVm and an effective g-factor $g^* = 4$. In order to compute the width of the Gaussian function of energy levels, we use the fitting parameters $\Gamma_0 = 0.01E_F$, $\kappa = 1$. The relaxation time is $\tau_{is} = 10^{-12}$ s given by Burg *et al* [23].

Figures 2(a) and (b) show the oscillations and nodes of the DOS. The maxima and minima values of the oscillations occur when there is coincidence of the energy levels of the

different spin 2DES, i.e. $D(E)$ have a maximum value when $E = E_{N_L}^\pm = E_{N'_L}^\mp$, ($N_L \neq N'_L$) in every subband, and also when there is coincidence of the energy levels of the maxima values of the DOS in the two subbands, and at the same time the coincidence of the minima values in the oscillations. The nodes occur when there is no coincidence of energy states [9] in the DOS, i.e. when $E = E_{N_L}^\pm \neq E_{N'_L}^\mp$. The number of nodes and their position depend on the energy balance between Rashba and Zeeman terms. The Rashba term grows with the momentum, and hence with the energy, while the Zeeman term remains constant. The lower the magnetic field B , the larger the number of levels N_L , and more nodes can occur.

Figures 2(c) and (d) show with clarity the energy levels in both subbands. In figure 2(c) there is an overlapping of the $E_{iN_L}^+$ and $E_{iN_L}^-$ levels in the DOS in each subband and when both subbands are added. In figure 2(d) there is coincidence of energy levels of different spin in each subband, i.e. $E_{iN_L}^\pm = E_{iN'_L}^\mp$, ($N_L \neq N'_L$), but there is no overlapping of the levels of the two subbands. Figures 2(e) and (f) show the DOS at high magnetic fields (8 T and 12 T respectively). The height of the DOS levels depends again on the coincidence of levels intrasubband and the overlapping of levels intersubbands. As we will see below this DOS behaviour and its value at Fermi level explain the magnetoconductance of the 2DES.

3. Magnetoconduction

When the applied magnetic field increases, the energy levels $E_{N_L}^s$ move to the Fermi level (E_F), and the conduction occurs when each level crosses E_F , providing the SdH oscillation in the magnetoconductivity. The minimal values of the SdH oscillations occur when there is no coincidence between $E_{N_L}^s$ and E_F , and the maximal values occur when $E_{N_L}^s = E_F$. On the other hand, when two kinds of carriers are present in the system the SdH oscillations show a beating pattern behaviour. In a 2DES confined in semiconductor heterostructures the SdH beating pattern arises from the existence of two different 2DES, spin-up and spin-down electrons systems respectively [4].

In order to obtain the magnetoconductivity of the 2DES, formed in the semiconductor heterostructure, we have to calculate the density of carriers. Assuming that the 2DES is confined in a QW with two filled subbands, each subband energy level can be considered as a pocket that contains two independent 2DES, with spins parallel and antiparallel to the magnetic field. Therefore, the whole carrier concentration confined in the QW is given by the sum of the four 2DES concentrations:

$$n = \sum_s \sum_i n_{is} \quad (6)$$

where again $i = 1, 2$ refers to each subband E_i , and s refers to each spin orientation, and the carrier concentrations are obtained by the expressions $n_{is} = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(E) D_{is}(E) dE$. On

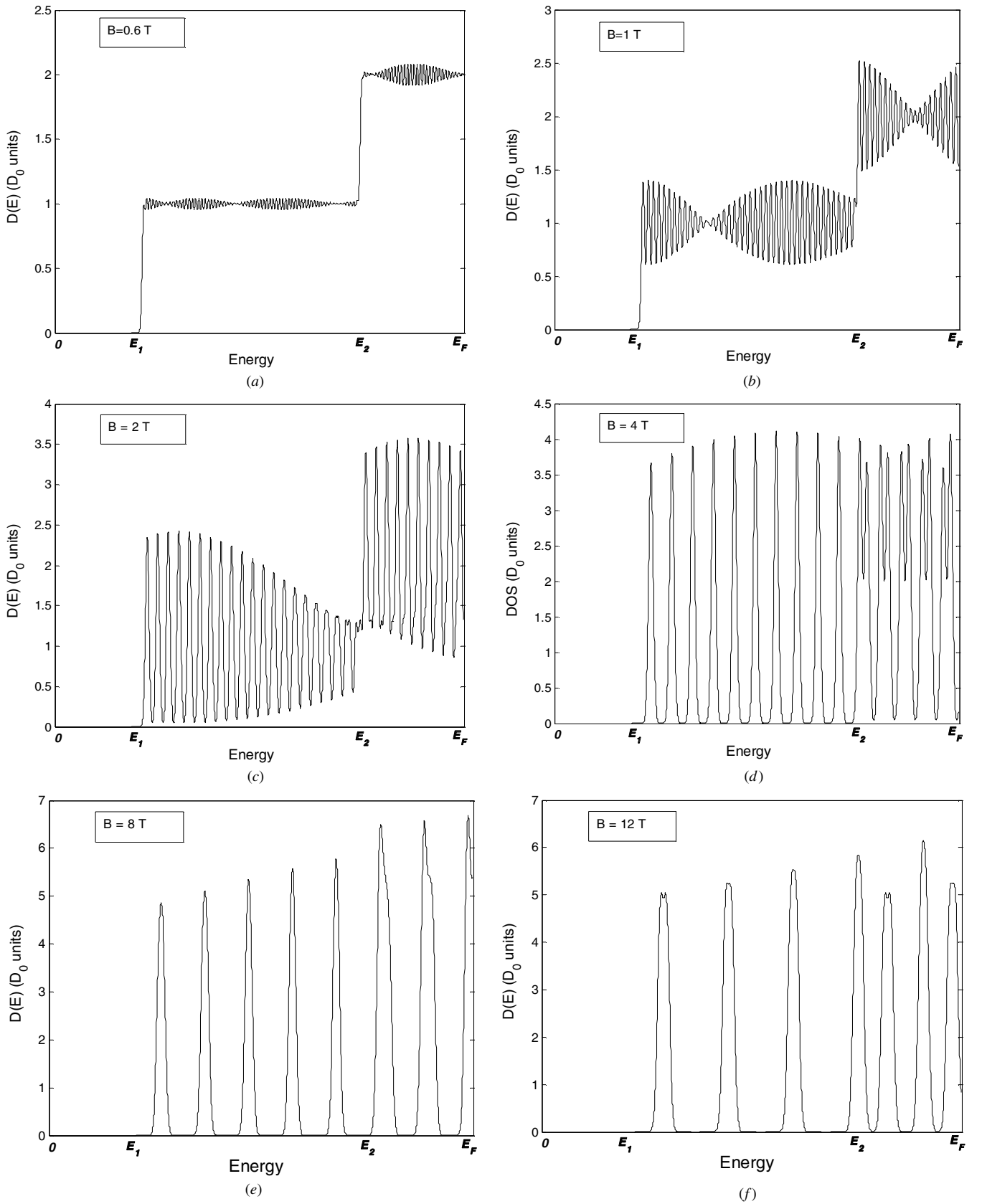


Figure 2. (a)–(f) show the evolution of the density of states of a 2DES when the magnetic field increases. The electron system is confined in a QW with two filled subbands.

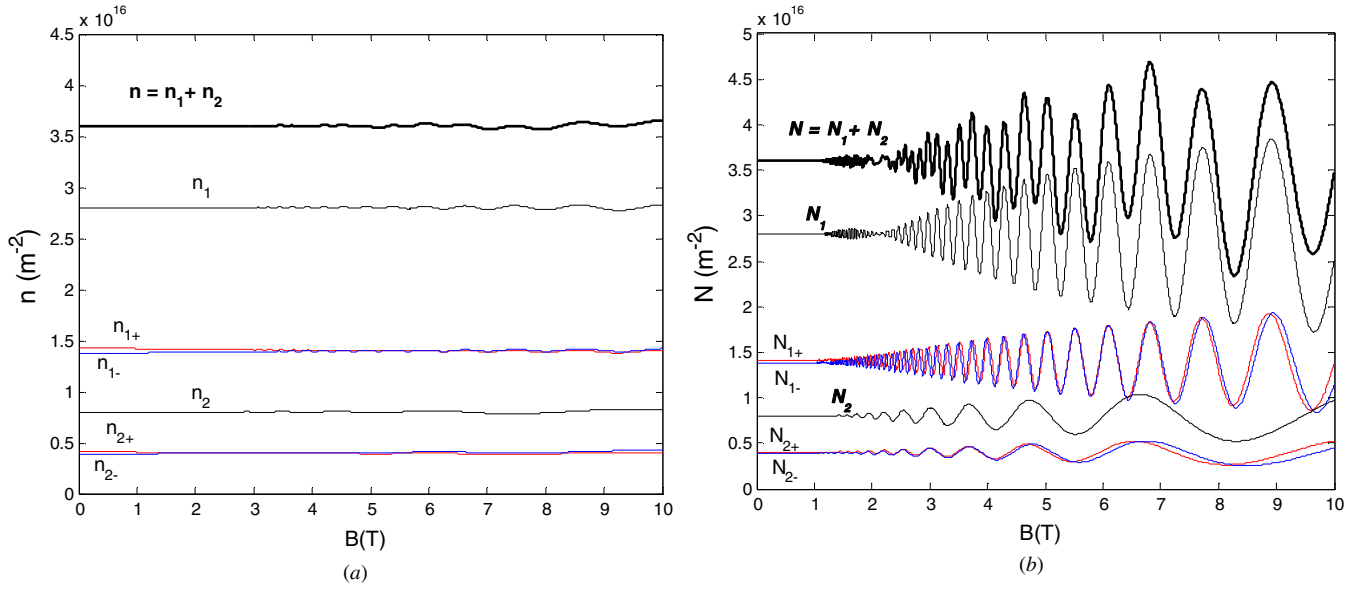


Figure 3. (a) Variation of the 2DES concentration with the magnetic field. (b) Variation of the 2DES carrier concentrations at Fermi level with the magnetic field. The red-dotted line and blue line are related to spin-up and spin-down orientations respectively. The black thin lines are related to carrier concentration at levels E_1 and E_2 , and the black bold line is related to the whole 2DES carrier concentration.

the other hand the total carrier concentration N at Fermi level E_F is given by the expression

$$N = \sum_s \sum_i N_{is} \quad (7)$$

where $N_{is} = \int_{-\infty}^{\infty} (-\partial f_0 / \partial E) D_{is}(E) dE$.

If the carrier concentration at zero external magnetic field is known, the Fermi level of the system is determined from equation (6). To compute the magnetoresistance we use experimental data obtained by Can Min Hu *et al* [24]. The 2DES is formed in a 20 nm thick $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ layer where the two subbands levels are filled. The electron concentration at zero magnetic field is $n_0 = 3.6 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ and the carrier concentrations of the subbands are $n_1 = 2.8 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ and $n_2 = 8 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$. The calculated Fermi level is $E_F = 0.172 \text{ eV}$ and the computed subband levels are $E_1 = 0.038 \text{ eV}$ and $E_2 = 0.134 \text{ eV}$. The effective mass is $0.05m_0$. Figure 3(a) shows the evolution of the total carrier concentration in the whole 2DES (n) when the external magnetic field increases, the evolution of the two subbands' carrier concentrations (n_1 and n_2), and the evolution of the spin up/down 2DES that forms each subband (n_{1+} , n_{1-} , n_{2+} , n_{2-}).

Figure 3(b) shows the evolution of the carrier concentration N computed at Fermi Level in the whole 2DES, in the two subbands (N_1 and N_2), and the evolution of the spin up/down 2DES that forms each subband (N_{1+} , N_{1-} , N_{2+} , N_{2-}). The values of N_1 and N show a beating pattern with a node near to 2.2 T. The nodes occur when there is no coincidence of the levels $E_{N_L}^+$ and $E_{N_L}^-$, at Fermi level. The N value also shows an envelope modulation created by the sum of the N_2 value.

Consider a competition between Zeeman and Rashba effects. Both effects cancel each other when $E_{N_L}^+ = E_{N_L+1}^- = E_F$ [10, 17]. In this case there is a coincidence of the

value of the spin-up and spin-down carrier concentrations at Fermi level, i.e. the spin split energy is zero. We can see in figure 3(b) that this occurs at values of the magnetic field close to 3 T for the 2DES confined in the E_2 subband and 6 T for the 2DES confined in the E_1 subband, where $N_{i+} = N_{i-}$ in both subbands.

In the semiclassical approximation, when an electric field is applied (normal to external applied magnetic field), the carriers move with velocity $\mathbf{v} = \mathbf{v}_d + \mathbf{v}_c$, where \mathbf{v}_d is the drift velocity and \mathbf{v}_c the cyclotron one. We assume that the mean value $\langle \mathbf{v}_c \rangle = 0$ when the carriers move in the system and we use the Boltzmann distribution function for carriers perturbed by an electric and magnetic field [25, 26]. Taking into account the previous assumptions and using the linear relationship $\mathbf{j} = [\sigma]\mathbf{E}$, where \mathbf{E} is the applied electric field and

$$[\sigma] = \sum_s \sum_i [\sigma]_{i,s} \quad (8)$$

which is the magnetoconductivity tensor, with components

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sum_s \sum_i \{ (e^2 N_{is} \tau_{is} / m^*) / (1 + (\omega \tau_{is})^2) \} \quad (9a)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \sum_s \sum_i \{ (e^2 n_{is} \tau_{is} / m^*) \cdot \omega \tau_{is} / (1 + (\omega \tau_{is})^2) \} \quad (9b)$$

the current density for the two subband problem can be expressed:

$$\mathbf{j} = [\sigma]\mathbf{E} = (\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2)_\uparrow + (\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2)_\downarrow. \quad (10)$$

The magnetoresistivities are obtained by the relationship between tensors $[\rho] = [\sigma]^{-1}$, with components $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \sigma_{xx} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)$ and $\rho_{xy} = -\rho_{yx} = \sigma_{xy} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)$.

We reproduce the value of the magnetoresistivity given in reference [24] when the whole 2DES carrier concentration

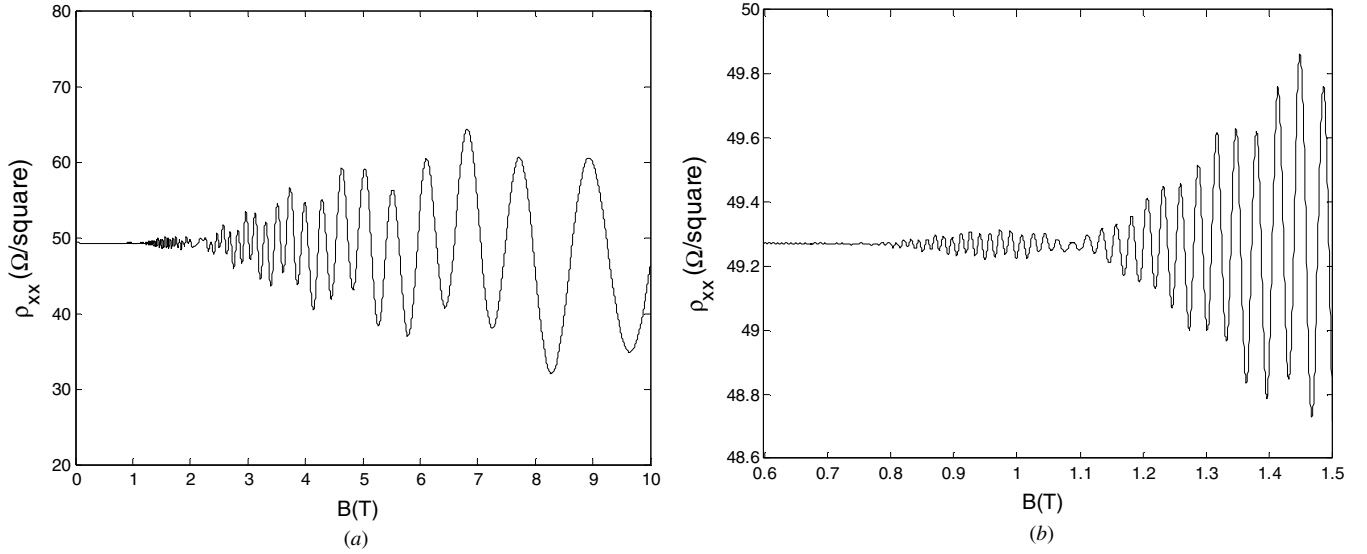


Figure 4. (a) SdH oscillations beating pattern of the magnetoresistivity, with a visible node in the region between 2 T and 2.5 T. (b) Detailed plot of the SdH oscillations that shows a clean node at 1.1 T, and another in the 0.7 T–0.8 T interval.

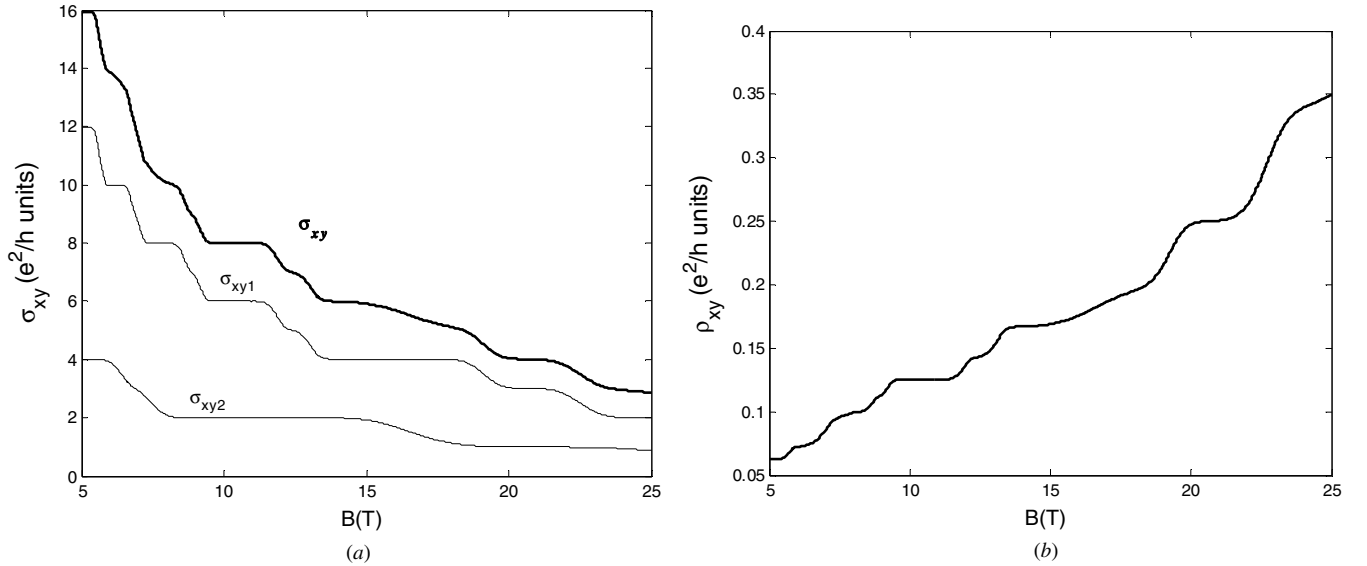


Figure 5. (a) Magnetoconductivity $|\sigma_{xy}|$ of the whole 2DES and magnetoconductivities $|\sigma_{xyi}|$ of the subsystems related to each filled subband versus the external applied magnetic field. (b) Magnetoresistivity of the 2DES versus the external applied magnetic field.

is $3.6 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ and two energy subbands in the QW are filled. Figure 4(a) shows the SdH oscillations of the magnetoresistivity with a visible node near to 2.2 T, and figure 4(b) shows a detailed plot in the interval 0.6 T–1.5 T of the magnetic field, where two more nodes at values near 0.75 T and 1.1 T respectively are also shown. As we said before, the nodes occur when there is no coincidence between energy levels at E_F , i.e. when $E_{N_L}^+ \neq E_{N_L}^-$ at Fermi level. The appearance and definition of the nodes depend on the overlapping and the width Γ_{N_L} of the DOS energy levels.

Figure 5(a) shows the calculated Hall magnetoconductivity (σ_{xy}) of the whole 2DES and the Hall magnetoconductivities (σ_{xy1} , σ_{xy2}) related to the two subbands (obtained

with the experimental data [24] used above to compute the SdH oscillations). The behaviour of σ_{xy1} and σ_{xy2} correspond to the pattern of the integer quantum Hall effect each one, with plateaux that have values of magnetoconductivity equal to $\nu e^2/h$, $\nu = 1, 2, 3, \dots$. This is the result that we expect because each 2DES is treated independently, and the model reproduces the integer QHE in the case of only one filled subband [10]. The total Hall magnetoconductivity σ_{xy} is the sum σ_{xy1} and σ_{xy2} and also has plateaux with values $\nu e^2/h$, although with less definition. Figure 5(b) shows the Hall magnetoresistivity of the 2DES, where one can observe plateaux with values of magnetoresistivity equal to $h/(\nu e^2)$. In both figures we have selected the interval of the magnetic field from 5 to 25 T in order to show well-resolved plateaux at low filling factors ν .

4. Conclusions

In conclusion, we have developed a simple semiclassical theory that reproduces the magnetoconduction of a 2DES confined in a QW when two subbands are occupied and when the competition between Rashba and Zeeman effects is significant. Then, in the model that we use, the spin plays an important role in the magnetoconduction. The model starts with the whole carrier concentration at zero external magnetic field, that establishes the Fermi level. When two subbands are occupied, the carrier concentration of each subband is obtained from the value of the subband energy level with respect to Fermi level. Each subband is considered as the sum of two independent 2DESs with different spin polarizations due to the Rashba effect. Therefore, we consider the whole 2DES confined in a QW as two filled subbands, and hence four independent 2DESs. The evolution of the DOS with the external applied magnetic field explains the SdH oscillations and the integer QHE. The model can be generalized to systems with more than two filled subbands.

References

- [1] Klitzing K V, Dorda G and Pepper M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 494
- [2] Datta S and Das B 1990 *Appl. Phys. Lett.* **56** 665
- [3] Rashba E I 1960 *Fiz. Tverd. Tela* **2** 1224
Rashba E I 1960 *Sov. Phys. Solid State* **2** 1109
- [4] Das B *et al* 1989 *Phys. Rev. B* **39** 1411
- [5] Dresselhaus D 1955 *Phys. Rev.* **100** 580
- [6] Schliemann J *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 146801
- [7] Nitta J *et al* 2009 *J. Appl. Phys.* **105** 122402
- [8] Laughlin R B 1981 *Phys. Rev. B* **23** 5632
- [9] Cangas R and Hidalgo M A 2009 *Physica E* **41** 1306
- [10] Hidalgo M A and Cangas R 2010 *Physica E* **42** 1329
- [11] Yang W and Chang K 2006 *Phys. Rev. B* **73** 045303
- [12] Winkler R 2003 Spin-orbit coupling effects in two-dimensional electron and hole systems *Springer Tracts Mod Phys* **191** 163–9
- [13] Meier L *et al* 2007 *Nat. Phys.* **3** 650
- [14] Ganichev S D *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 256601
- [15] de Andrada e Silva E A *et al* 1994 *Phys. Rev. B* **50** 8523
- [16] Grundle D 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 6074
- [17] Yang C L *et al* 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 186605
- [18] Nitta J *et al* 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 1335
- [19] Yaji Koichiro *et al* 2010 *Nature communications* **1** 17
- [20] Ando T *et al* 1982 *Rev. Mod. Phys.* **54** 437
- [21] Dyakonov M I and Perel V I 1972 *Sov. Phys.* **13** 3023
- [22] Glazov M M *et al* 2010 *Physica E* **42** 2157
- [23] Burgt *et al* 1995 *Phys. Rev. B* **52** 12 218
- [24] Hu C M and Nitta J *et al* 1999 *Phys. Rev. B* **60** 7736
- [25] Kittel C 1987 *Quantum Theory of Solids* (New York: Wiley)
- [26] Askerov B M 1994 *Electron Transport Phenomena in Semiconductors* (Singapore: World Scientific)

Magnetoconduction in a two-dimensional system confined in wurtzite $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ heterostructure

R. Cangas^{1,a)} and M. A. Hidalgo^{2,b)}

¹Departamento de Física, Escuela Técnica de Ingeniería Industrial, Universidad Politécnica de Madrid, Ronda de Valencia 3, 28012 Madrid, Spain

²Departamento de Física, Universidad de Alcalá, Alcalá de Henares, Madrid, Spain

(Received 20 March 2013; accepted 14 April 2013; published online 26 April 2013)

The magnetoresistivity of a two dimensional electron system confined in a wurtzite $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{N}/\text{GaN}$ heterostructure has been reproduced using a theoretical model based on a modified semiclassical theory. When an external magnetic field is applied, nodes appear on the beating pattern Subnikov-de Haas oscillations due to carriers with different spin orientations. The analysis of the magnetoresistivity experimental data with the model led us to know accurately the value of the spin-orbit coupling material parameters. © 2013 AIP Publishing LLC. [<http://dx.doi.org/10.1063/1.4803093>]

The transport properties of spin polarized carriers in low dimensional electron systems allow the development of spintronic devices, and hence the creation of a new discipline: spintronics.¹ Spintronics was started in 1988 with the discovery of giant magnetoresistance.² In 1990, Datta and Das³ proposed a spin-polarized field effect transistor (FET). In spintronics applications, long spin relaxation times are desired to preserve the information encoded in the spin as the electrons travel through the device. A major cause of spin decay is the spin-orbit coupling, caused by the interaction of the electron with the intrinsic potentials of the semiconductor crystal. We present a theoretical model that reproduces the magnetoresistivity experimental data when spin-orbit interaction (SOI) affects the carriers' transport. The effects of the spin can be observed when it measures the magnetoconductivity of two dimensional electron systems (2DES) formed in semiconductor heterostructures, and it is manifested by the beating pattern in the Shubnikov-de Haas (SdH) oscillations.⁴⁻⁶ On the other hand, the spin of the electron is responsible for the appearance of even and odd plateaux in the measure of the Hall magnetoconductivity⁷ (integer quantum Hall effect). The spin can be controlled by means of an external magnetic field, which is responsible for the parallel/antiparallel spin electron orientations with respect to the applied field. Also, an applied external electric field can induce a SOI that breaks the spin degeneration of the energy states in the 2DES. Even without any external magnetic/electric field, the carriers of the 2DES are also spin polarized by the internal built-in electric field (that also induces a spin-orbit interaction on electrons) due the structure inversion asymmetry (SIA) of the semiconductor heterostructure. The first theoretical study of this effect was made by Rashba in 1960 (the SOI due to SIA is called the Rashba effect).⁸ Additionally, zinc-blende-type semiconductors have bulk inversion asymmetry (BIA). The main consequence of this asymmetry is the appearance of a nonzero local electric field along some of the crystal directions (Dresselhaus effect).⁹ In 1989, Das *et al.* obtained evidences of spin splitting carrier populations in InGaAs/InAlAs heterostructure even without the application of an external magnetic field.² The BIA effect in

bulk III-V zinc-blende crystals results in k^3 dependent spin splitting, whereas the SIA effect leads to an additional k -linear contribution. In a two dimensional electron system confined in quantum wells (QWs) formed with this material, the magnitude of the energy spin splitting due to SIA and BIA depends on an electron wave vector \vec{k} . Hence, the 2DES Hamiltonian for the SIA term can be written as $H_{SIA} = \alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)$, where α is a parameter that depends on the electric field asymmetry of the heterostructure, $\sigma_{i=x,y,z}$ are the Pauli matrices, and $\vec{k}(k_x, k_y)$ is the two dimensional wavevector, α is also called Rashba parameter, and depends on the built-in electric field in the heterojunction. Measured values of α vary between 2×10^{-12} eV m and 5×10^{-11} eV m for a 2DES confined in InGaAs/InAlAs heterostructures.^{10,11} Also, in MOSFET devices, α can be tuned with the gate voltage.¹² The BIA term Hamiltonian becomes¹³ $H_{BIA} = \beta(\sigma_y k_y - \sigma_x k_x)$, where $\beta = -\gamma \langle k_z^2 \rangle = -\gamma(\pi/d)^2$, γ is the Dresselhaus coefficient and depends on the nonzero local electric field due to crystal inversion asymmetry, and d is the size of quantum confinement. The Dresselhaus β parameter varies strongly with the crystal directions and with the width of the QW, obtaining values of 1.4×10^{-13} eV m for a 20 nm wide GaAs/InGaAs quantum well.¹⁴

Gallium nitride is an interesting material for spintronics since long spin relaxation time was observed in this material¹⁵ and is a good candidate to use in the development of spintronic devices. In bulk wurtzite semiconductors, there are two bulk inversion asymmetry effects that affect the spin orientation by SOI; one is the Dresselhaus effect, which is related to a k^3 term and the other is a wurtzite structure inversion asymmetry (WSIA) related to a linear k term. In strained AlGaIn/GaN heterostructures, the WSIA linear term is related to the piezoelectric polarization at the interface and is more than five times larger as compared to zinc blende AlGaAs/GaAs structures. It causes electric fields of up to 3 MV/cm (Refs. 16 and 17) and can be characterized by the coefficient α_{WSIA} . In a c -axis oriented wurtzite structure 2DES, both cubic and linear terms related to BIA (Dresselhaus and WSIA effects) effects have the similar terms in the SOI Hamiltonian, and both are proportional to $(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)$. The spin-orbit Hamiltonian of a 2DES confined in an $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ heterojunction can be written as

^{a)}Electronic mail: roberto.cangas@upm.es

^{b)}Electronic mail: miguel.hidalgo@uah.es

$$H_{SO} = [\alpha_R + \alpha_{WSIA} + \gamma_{WZ}(b\langle k_z^2 \rangle - k_{\parallel}^2)](\sigma_x k_y - \sigma_y k_x), \quad (1)$$

where α_R is the Rashba parameter due to the SIA induced by an external electric field on the heterostructure, α_{WSIA} is the WSIA coefficient related to the intrinsic piezoelectric field, $b = 4$ for an ideal wurtzite, and γ_{WZ} is the wurtzite Dresselhaus term.¹⁸ Measured values of the linear and cubic terms have been made by Cheng *et al.*,¹⁹ obtaining the values $\alpha_{WSIA} = (5.0 \pm 0.3) \times 10^{-13} \text{ eVm}$ and $\gamma_{WZ} = (1.6 \pm 0.6) \times 10^{-31} \text{ eVm}^3$. In the case of strong confinement of carriers in QW, we can consider $\langle k_z^2 \rangle \gg k_{\parallel}^2$, where $\langle k_z^2 \rangle \approx (\pi/d)^2$. Hence, the spin-orbit Hamiltonian can be expressed by

$$H_{SO} = \alpha_{eff}(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x), \quad (2)$$

where

$$\alpha_{eff} = \alpha_R + \alpha_{WSIA} + \gamma_{WZ}b\langle k_z^2 \rangle. \quad (3)$$

When an external magnetic field is applied in the \hat{z} direction perpendicular to the 2DES confined in the heterostructure, the global Hamiltonian is

$$H = (\vec{p} + e\vec{A})^2/2m^* + 1/2(g\mu B) + \alpha_{eff}(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x), \quad (4)$$

where \vec{p} is the generalized momentum, \vec{A} the magnetic potential vector, B the external magnetic field, g the Lande factor, m^* the electron effective mass, μ the Bohr magneton, and $e = |e|$ the electron charge. The energy eigenvalues²⁰ of Eq. (4) become

$$E_{N_L}^s = \hbar\omega \left[N_L + s \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - g \frac{m^*}{2m_0}\right)^2 + \left(\frac{8m^{*2}}{\hbar^3 e}\right) \frac{\alpha_{eff}^2}{B}} N_L \right] \quad (5)$$

with $s = \pm$ for $N_L = 1, 2, 3, \dots$ and $s = +$ for $N_L = 0$, m_0 is the free electron mass, and $\omega = eB/m^*$. The states given by Eq. (5) are highly degenerate, with a degeneracy²¹ of $(2\pi l^2)^{-1}$, where $l = \sqrt{\hbar/(eB)}$ is the magnetic length. If we compare Eq. (4) with the spin-up and spin-down energy states associated with a conventional Landau level (LL) N_L (when $\alpha_{eff} = 0$), this corresponds to $E_{N_L}^+$ and $E_{N_L+1}^-$ states,¹³ i.e., $\Delta E_{spin} = E_{N_L+1}^- - E_{N_L}^+$.

In this work, we compute and analyse the electrical magnetoresistance (magnetoconductance) of a 2DES confined in a wurtzite $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{N}/\text{GaN}$ heterostructure, under quantum Hall effect (QHE) conditions (at low temperature and high mobility), where the SOI effects (BIA and SIA) are taken into account by means of the effective Rashba parameter α_{eff} , and we reproduce the experimental values obtained by Lo *et al.*,²² where it has been measured at 0.38 K, the magnetoresistivity of 2DES confined in a wurtzite $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{N}/\text{GaN}$ heterostructure. The model that we proposed is a simple one-electron semiclassical theory, which explains not only the Shubnikov de Has (SdH) oscillations of the magnetoresistance but also the integer QHE, explaining the plateaux of the Hall magnetoresistivity (magnetoconductivity).⁶ The model is based on two assumptions:²³ first, the existence of a flow of carriers from/to the QW to/from the heterostructure where it is

immersed (the heterostructure behaves as a “source/drain” of charges), and where long relative variations in the 2DES carrier concentration occur with negligible variations in the 3D carriers’ density of the environment; second, external magnetic fields and/or SOI break the spin degeneration, splitting the 2DES into two independent 2DESs, one with parallel spin and the other with antiparallel one. The first assumption provides a constant value of Fermi level in the 2DES, even when the 2D carrier concentration changes when the applied magnetic field varies. The second assumption leads us to consider the electron system as the sum of two 2DES independent spin subsystems.

The density of states (DOSs) of the 2DES is a crucial magnitude for the obtention of the magnetoconductivity (magnetoresistivity). At zero magnetic field, the SIA spin-orbit spin split energy of the carriers confined in a QW are $E(\vec{k}) = E_i + \mu_c k_{\parallel}^2 \pm \alpha k_{\parallel}$, where E_i ($i = 1, 2, \dots$) are the sub-bands’ energy level of the QW, and $\mu_c = \hbar^2/(2m^*)$. The DOS of the spin-split branches at zero temperature has the form¹³

$$D(E)_{i,\pm} = \frac{1}{4\pi\mu_c} \left[1 \mp \alpha_{eff} / \sqrt{4\mu_c E + \alpha_{eff}^2} \right], \quad E \geq E_i, \quad (6)$$

$$D(E)_{i,-} = (1/2\pi\mu_c) \left(\alpha_{eff} / \sqrt{4\mu_c E + \alpha_{eff}^2} \right), \quad E < E_i.$$

The DOS converges to the constant value $D_0 = m^*/(2\pi\hbar^2)$ (no spin degeneration is considered) when α_{eff} tends to zero. In a QW with two filled sub-bands with energies E_1 and E_2 , immersed in an applied external magnetic field (or immersed in an induced magnetic field created by SOI), the 2DES can be considered as the sum of four 2DESs, everyone related to the $E_1 \uparrow$, $E_1 \downarrow$, $E_2 \uparrow$, and $E_2 \downarrow$ sub-band states, where the arrows denote the spin orientation (parallel \uparrow or antiparallel \downarrow) with respect to the magnetic field. Hence, the whole DOS of the four subsystems is computed by the expression²⁴

$$D(E) = \sum_s \sum_i D(E)_{is}. \quad (7)$$

Figures 1(a)–1(c) show the evolution with the magnetic field of the whole DOS and the related $D(E)_{is}$ for an electron system confined in a $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{N}/\text{GaN}$ QW with two sub-bands (with energies E_1 and E_2) filled with carrier concentrations of $n_1 = 8.0 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$ and $n_2 = 2.0 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$. The Rashba parameter is $\alpha_{eff} = 5.0 \times 10^{-12} \text{ eVm}$ and the effective Lande factor $g = 2$.

Figure 1(a) shows the DOS when only the SOI breaks the spin degeneration (no external magnetic field is applied). $D(E)_{is}$ is computed by Eq. (6). The spin up (down) states of the first sub-band are blue (red) colored plot and are denoted by $D(E)_{1+}$ and $D(E)_{1-}$. The DOSs of the second sub-band are denoted by $D(E)_{2+}$ (blue) and $D(E)_{2-}$ (red). The whole DOS is plotted in black bold line and is calculated by Eq. (7).

When a magnetic field is applied, the DOS can be computed by an *ad hoc* Gaussian shape function^{23,24}

$$D(E)_{is} = (eB/\hbar) \sum_s \sum_{N_L} [(\pi/2) \Gamma_{N_L}^2]^{-1/2} \times \exp\{-2(E - E_{iN_L}^s)^2/\Gamma_{N_L}^2\}, \quad (8)$$

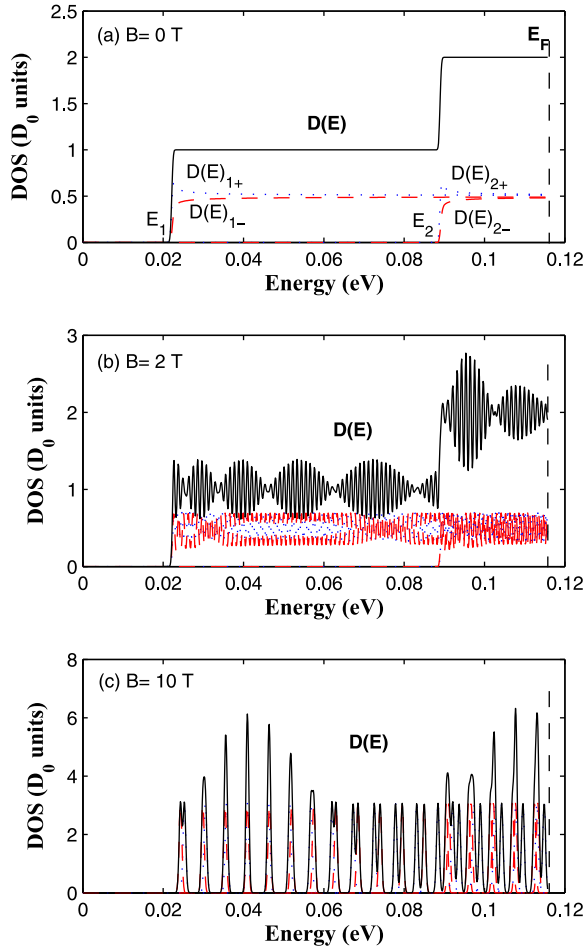


FIG. 1. Density of states (black line) of a 2DES with two sub-bands at three values of magnetic field (Fig. 1(a) at 0 T, Fig. 1(b) at 2 T, and Fig. 1(c) at 10 T). Blue (dotted line) and red (dashed line) lines are related to the spin-up and spin-down subsystems in each sub-band.

where $E_{iN_L}^s = E_i + E_{N_L}^s$, and $\Gamma_{N_L s}$ is the level broadening, which is strongly dependent on the range of scattering potentials. The density of states also can be modeled by means of a Lorentzian shape function $D(E)_{is} = (eB/h) \sum_s \sum_{N_L} \{ \pi \Gamma_{N_L s} / [(E_F - E_{iN_L}^s)^2 + \Gamma_{N_L s}^2] \}$. Here, we only consider short range scatters and we use the expression²⁴ $\Gamma_{N_L s} = \Gamma_0(1 + \kappa\sqrt{B})$, where Γ_0 and κ are fitting parameters. We assume the Dyakonov–Perel relaxation mechanism, which describes the spin relaxation of free electrons.^{25,26} Due to the formation of Landau Levels in the systems, the density of states $D(E)_{is}$ of each 2DES becomes a shape like a “comb,” where the pinned “tooth” are related to the $E_{N_L}^s$ energies and the levels’ broadening is related to $\Gamma_{N_L s}$. The width of the energy level is computed with $\Gamma_0 = 0.005 \times E_F$ (E_F is the Fermi energy), and $\kappa = 1$ in Figures 1(b) and 1(c).

The maxima values of the DOS oscillations occur when there is coincidence of the energy levels of the different spin 2DES, i.e., $D(E)$ has a maximum value when $E = E_{N_L}^+ = E_{N_L'}^-$ ($N_L \neq N_L'$) in every sub-band, and also when there is coincidence of the energy levels between the two sub-bands. The minima occur when there is coincidence of minima values between sub-bands, and the DOS nodes occur when there is no coincidence of energy levels. As the magnetic field grows, the adjoining LLs are moving away from each other in the electronic subsystem, and vary the coincidence of levels with

the other subsystems. At the same time, all the LLs move to Fermi level. The electric conduction depends on the value of the DOS at Fermi energy (E_F), and hence depends on the carrier concentration computed at E_F ; hence, the variation of the DOS at Fermi level is responsible for the magnetoconduction oscillations. The longitudinal magnetoconductance depends on the value of carrier concentration at Fermi level “ n_F ,” and the Hall magnetoconductance depends on the 2DES whole carrier concentration “ n .” Both carriers’ concentration are computed with the density of states described by Eq. (8). In the model, with two filled sub-bands and with two spin-oriented 2DES in each sub-band, the carrier concentrations can be written as $n_F = \sum_s \sum_i n_{Fis}$ and $n = \sum_s \sum_i n_{is}$.

As the applied magnetic field grows, the whole carrier concentration “ n ” and the carrier concentration “ n_F ” computed at Fermi level, both oscillate around a constant value computed at zero magnetic field, and hence oscillates the magnetoconductivity.

The electric current (j) is related to the applied electric field (E) by the linear relationship $j = [\sigma] E$, where

$$[\sigma] = \sum_s \sum_i [\sigma]_{is} \quad (9)$$

is the magnetoconductivity, with tensor components

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sum_s \sum_i \left\{ (e^2 n_{Fis} \tau_{is} / m^*) / (1 + (\omega \tau_{is})^2) \right\}, \quad (10a)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \sum_s \sum_i \left\{ (e^2 n_{is} \tau_{is} / m^*) \omega \tau_{is} / (1 + (\omega \tau_{is})^2) \right\}, \quad (10b)$$

where τ_{is} is the relaxation time in each 2DOS subsystem. Then, the current density for the two sub-band problem can be expressed

$$j = [\sigma] E = (j_1 + j_2)_\uparrow + (j_1 + j_2)_\downarrow. \quad (11)$$

The magnetoresistivities are obtained by the relationship between tensors $[\rho] = [\sigma]^{-1}$, with components $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \sigma_{xx} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)$ and $\rho_{xy} = -\rho_{yx} = \sigma_{xy} / (\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)$.

We reproduce with this model the magnetoresistivity (SdH oscillations beating pattern) obtained experimentally by Lo *et al.*²² in a 2DES confined in a $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{N}/\text{GaN}$ QW. In the experiment, the carrier concentration varies when the sample is illuminated at $T \sim 0.38$ K (persistent photoconductivity effect²⁷). The carrier concentration grows with the illuminating time and is persistent even after the light is turn out. The first and second sub-bands are partially filled in the QW. The authors obtain the value of the sub-bands’ carrier concentration using the Fourier transform method. Figure 2 shows the magnetoresistivity (SdH oscillations) obtained with our model, computed with the experimental input data from Ref. 20 and the theoretical data shown in Table I. The plots *a*, *b*, *c*, and *d* in Fig. 2 are the SdH oscillations computed when the sample is illuminated at a time of 3, 1153, 2593, and 3193 s, respectively, whose physical parameters are related to Ref. 22. In order to fit the computed magnetoresistivity to the experimental values, we

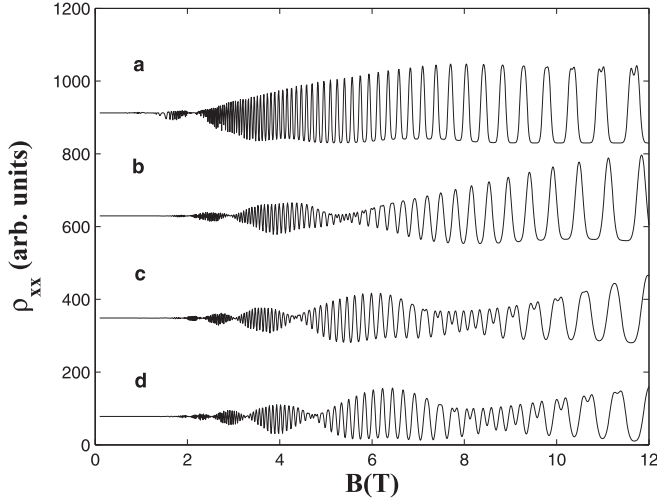


FIG. 2. SdH oscillations beating patterns obtained from a 2DES confined in an $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{N}/\text{GaN}$ QW. The input data are shown in Table I.

guess values of α_{eff} close to the experimental ones. Figure 2 shows how the nodes are moving to higher values of magnetic field as α_{eff} increases. The number of nodes and their position depend on several parameters such as α_{eff} , g factor, magnetic field, and the carrier concentration. The position of the nodes does not depend on the kind of function used to model the DOS (Gaussian or Lorentzian). However, the width Γ_{N_L} of the levels is important in the definition of SdH oscillations and nodes, due to the overlapping of the levels as Γ_{N_L} grows. In this model, we use²⁴ $\Gamma_{N_L} = \Gamma_0(1 + \sqrt{B})$.

When the first sub-band has a population much greater than the population of the second sub-band (i.e., $n_1 \gg n_2$), the position of the nodes mainly depends on the first sub-band. The nodes of the SdH oscillations appear in the region of magnetic field where there is no coincidence of spin-up and spin-down energy levels in the DOS at Fermi energy. This occurs when a spin down LL is in between two adjoining LLs spin up (or a spin up LL is located in between two adjoining spin down LLs), i.e., it occurs when⁵

$$(E_{N_L}^+ + E_{N_L-1}^+)/2 = E_N^-, \quad (12)$$

where $N = N_L + 1$, $N_L + 2, \dots$ depends on the node position, corresponding $N = N_L$ to the last node, $N = N_L + 1$ the preceding node, etc. When we apply Eq. (12) only in the first sub-band, the influence of the second sub-band is negligible. The maxima (minima) value of SdH oscillations occur when there is coincidence of levels, i.e., when³ $E_{N_L}^+ = E_N^-$. Figure 3 shows a fan of energies computed with Eq. (5) for the first sub-band, using the data from row “b” of Table I, where LLs from $N_L = 30$ to 50 are shown. Red dashed lines are related

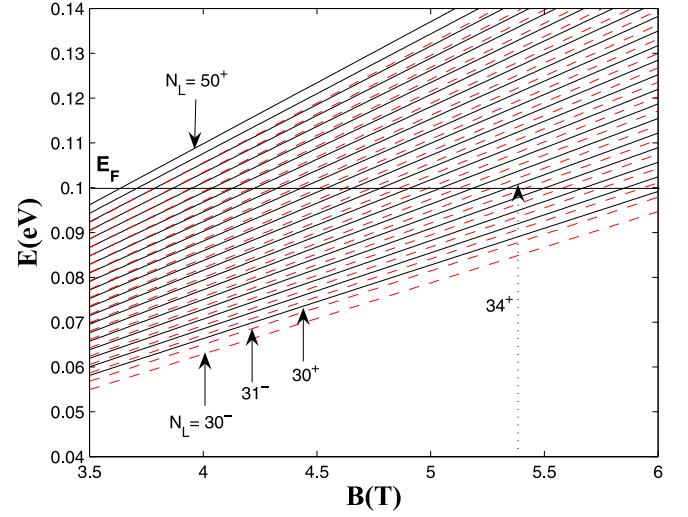


FIG. 3. Energy fan obtained with data from Table I “b” and Ref. 20, where it is shown LLs from $N_L = 30$ to $N_L = 50$. Red dash lines are related to $E_{N_L}^-$ and continuous black lines are related to $E_{N_L}^+$ energy levels. At a field values around 4 T, there is coincidence of levels at Fermi energy, and at $B \sim 5.4$ T, there is no coincidence. The Fermi level is computed by $E_F = \pi \hbar^2 n_1 / m^*$.

to $E_{N_L}^-$ energies and black line to $E_{N_L}^+$ ones. Two nodes are observed in Fig. 2 “b” at values of the magnetic field close to 5.4 T and 2.9 T, and Eq. (12) is fulfilled when $N_L = 34$ and $N_L = 62$, respectively. At values around 4 T coincidence of levels at Fermi level exists, and maxima (and minima) values of magnetoresistivity appear, related to the indexes near to $N_L \sim 45$.

Figure 4 shows the theoretical values of Hall magnetoresistivity and SdH oscillations with the data of Table I “d”, where both sub-bands are taken into account to compute the magnetoresistivities. The value of ρ_{xy} shown in y-axis is the magnetoresistivity expressed in Klitzing resistance units ($\hbar/e^2 = 25818.2 \Omega$). Small or lack of oscillations at values of the magnetic field where the nodes appear can be appreciated. At values of the magnetic field where minima (maxima) values of SdH oscillations occur, the quantum Hall plateaux appear.²² The node that appears close to 4.7 T is related to $N_L = 39$ ($N = 41$), and Eq. (12) is fulfilled when $\alpha_{\text{eff}} = 4.0 \times 10^{-12} \text{ eV}$. The Hall magnetoresistivity has a

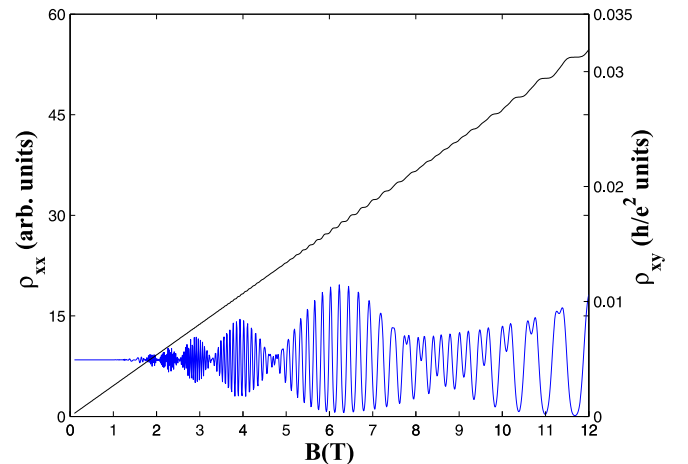


FIG. 4. Hall magnetoresistivity and SdH oscillations computed with experimental values from Table I “d”. Right Y-axis shows the Hall magnetoresistivity in Klitzing constant units ($\hbar/e^2 = 25818.2 \Omega$).

TABLE I. Figure 2 input data.

	$n_1 \text{ (m}^{-2}\text{)}$	$n_2 \text{ (m}^{-2}\text{)}$	$\Gamma_0 \text{ (eV)}$	$\alpha_{\text{eff}} \text{ (eV)}$
a	8.75×10^{16}	5.0×10^{15}	3.1×10^{-4}	1.0×10^{-12}
b	8.87×10^{16}	7.5×10^{15}	3.2×10^{-4}	2.5×10^{-12}
c	8.97×10^{16}	7.5×10^{15}	3.2×10^{-4}	3.7×10^{-12}
d	9.03×10^{16}	7.5×10^{15}	3.3×10^{-4}	4.0×10^{-12}

significant variation when one or two sub-bands are taken into account.

We assume that the variation of α_{eff} at different illumination times is related with the variation of the carrier concentration, i.e., due to the value of $\langle k_{Fz}^2 \rangle$, and hence on the width of the QW.

To summarize, the spin-orbit interaction in semiconductor heterostructures may play an important role in the transport properties, and hence in the development of spintronic devices. The magnitude of this interaction is obtained by means of a simple semiclassical modified model. In this paper, we have modeled the magnetoresistivity of a 2DES confined in a wurtzite $\text{Al}_{0.22}\text{Ga}_{0.78}\text{N}/\text{GaN}$ QW, using the experimental data from Ref. 22, obtained by comparison with experimental data, a precise value of the spin-orbit Rashba parameter. We have taken into account the fact that the carriers that populate the QW sub-bands are immersed in an external magnetic field, and also in an internal magnetic field induced by SOI. The model is described in this paper, where the concept of independent 2DES confined in the QW with different spins, and hence independent spin currents j_{\uparrow} and j_{\downarrow} in Eq. (11), is used. The position of the nodes in the SdH beating pattern allows us to deduce the value of spin splitting, and hence the SOI parameters. The model also computes the Hall magnetoconductivity, as the sum of the 2DES independent magnetoconductivities. The quantum Hall plateaux of the magnetoresistivity are obtained from the obtained values of magnetoconductivity.

¹S. A. Wolf, D. D. Awschalom, R. A. Buhrman, J. M. Daughton, S. von Molnár, M. L. Roukes, A. Y. Chtchelkanova, and D. M. Treger, *Science* **294**, 1488 (2001).

²A. Fert, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1517 (2008).

³S. Datta and B. Das, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 665 (1990).

⁴B. Das, D. C. Miller, S. Datta, R. Reifenberger, W. P. Hong, P. K. Bhattacharya, J. Singh, and M. Jaffe, *Phys. Rev. B* **39**, 1411 (1989).

⁵R. Cangas and M. A. Hidalgo, *Physica E* **41**, 1306 (2009).

⁶M. A. Hidalgo and R. Cangas, *Physica E* **42**, 1329 (2010).

⁷K. V. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).

⁸E. I. Rashba, *Fiz. Tverd. Tela* **2**, 1224 (1960); E. I. Rashba, *Sov. Phys. Solid State* **2**, 1109 (1960).

⁹D. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **100**, 580 (1955).

¹⁰D. Grundle, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6074 (2000).

¹¹C. L. Yang, H. T. He, D. Lu, L. J. Cui, Y. P. Zeng, J. N. Wang, and W. K. Ge, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 186605 (2006).

¹²J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagiet, and T. Enoki, *Phys. Rev. Lett.* **78**(7), 1335 (1997).

¹³R. Winkler, "Spin-orbit coupling effects in two-dimensional electron and hole systems," *Springer Tracts Mod. Phys.* **191**, 69–77 (2003).

¹⁴L. Meier, G. Salis, I. Shorubalko, E. Gini, S. Schön, and K. Ensslin, *Nat. Phys.* **3**, 650 (2007).

¹⁵A. Banerjee, F. Dogan, J. Heo, A. Manchon, W. Guo, and P. Bhattacharya, *Nano Lett.* **11**(12), 5396–5400 (2011).

¹⁶O. Ambacher, J. Smart, J. R. Shealy, N. G. Weimann, K. Chu, M. Murphy, W. J. Schaff, L. F. Eastman, R. Dimitrov, L. Wittmer *et al.*, *J. Appl. Phys.* **85**(6), 3222 (1999).

¹⁷W. Weber, S. D. Ganichev, S. N. Danilov, D. Weiss, W. Prettl, Z. D. Kvon, V. V. Bel'kov, L. E. Golub, H.-I. Cho, and J.-H. Lee, *Appl. Phys. Lett.* **87**, 262106 (2005).

¹⁸W.-T. Wang, C. L. Wu, S. F. Tsay, M. H. Gau, I. Lo, H. F. Kao, D. J. Jang, J.-C. Chiang, M.-E. Lee, Y.-C. Chang *et al.*, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 082110 (2007).

¹⁹H. Cheng, N. Biyikli, Ü. Özgür, Ç. Kurdak, H. Morkoç, V. I. Litvinov, *Physica E* **40**, 1586–1589 (2008).

²⁰Y. A. Bychkov and E. I. Rashba, *J. Phys. C* **17**, 6039 (1984).

²¹W. Yang and K. Chang, *Phys. Rev. B* **73**, 045303 (2006).

²²I. Lo, M. H. Gau, J. K. Tsai, Y. L. Chen, Z. J. Chang, W. T. Wang, J. C. Chiang, T. Aggerstam, and S. Lourdudoss, *Phys. Rev. B* **75**, 245307 (2007).

²³R. Cangas and M. A. Hidalgo, *Semicond. Sci. Technol.* **26**, 105016 (2011).

²⁴T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982).

²⁵M. I. Dyakonov and V. I. Perel, *Sov. Phys.* **13**, 3023 (1972).

²⁶M. M. Glazov, E. Ya. Sherman, and V. K. Dugaevet, *Physica E* **42**, 2157 (2010).

²⁷I. Lo, J. K. Tsai, M. H. Gau, Y. L. Chen, Z. J. Chang, W. T. Wang, J. C. Chiang, K. R. Wang, C.-N. Chen, T. Aggerstam, and S. Lourdudoss, *Phys. Rev. B* **74**, 245325 (2006).

Influence of the Spin–Orbit Interaction on the Magnetotransport Properties of a Two-Dimensional Electron System

R. Cangas^{*,†} and M. A. Hidalgo^{†,§}

^{*}*Departamento de Física*
Escuela Técnica Superior de Ingeniería y Diseño Industrial
Universidad Politécnica de Madrid, Spain

[†]*Departamento de Física y Matemáticas*
Universidad de Alcalá
Alcalá de Henares (Madrid), Spain
[‡]*roberto.cangas@upm.es*
[§]*miguel.hidalgo@uah.es*

Received 26 May 2015

Accepted 3 August 2015

Published 23 September 2015

In this paper, we review the contribution of the Rashba spin–orbit coupling to the magnetoconduction of a two-dimensional electron system (2DES) confined in an inversion layer under quantum Hall regime (low temperature and low defects and impurities). The study is based on a semi-classical model for the magnetoconductivities of the 2DES. This model reproduces the measurements of the Shubnikov-de Haas (SdH) oscillations obtained in systems confined in III–V heterostructures, and also the quantum Hall magnetoconductivity (magnetoresistivity). We also discuss the Rashba and Zeeman competition and its effect on the magnetoconductivity.

Keywords: Rashba spin–orbit coupling; quantum hall effect; Shubnikov-de Haas oscillations; InGaAs/InAlAs heterostructure.

PACS Nos.: 73.43.Cd, 73.43.Qt, 71.70.Ej, 72.25.Dc.

1. Introduction

1.1. Two-dimensional electro system

Currently, it has reached nanometer resolution, even angstrom resolution, in the manufacture of electronic devices. The epitaxial growth allows getting structures where it is possible for the confinement of electron systems in one direction, where a new quantum physics appear. When the confine-

ment length is lower than “*de Broglie wavelength*”, the electron system has a bi-dimensional behavior.¹ The quantum behavior of this two-dimensional electron system (2DES) can be measured macroscopically. One of the most amazing effect observed when it measures the magnetoconduction of the 2DES is the quantum Hall effect (QHE). The discovery of the QHE took place in 1980 by Klitzing *et al.* when they measured the magnetoconduction

[§]Corresponding author.

of a 2DES at low temperatures.² One of the most significant characteristics of the QHE is the appearance of quantized values of the Hall magnetoresistance (ρ_{HALL}) at some values of the applied magnetic field, namely

$$\rho_{\text{HALL}} = \rho_{xy} = \frac{h}{ie^2} = \frac{25812.80}{i} \Omega, \quad (1)$$

where h is the Planck constant, e is the electron charge and i is an integer number. The 2DES is placed on the (x, y) plane and a magnetic field is applied normal to the plane. This result is independent of the material which is used to confine the 2DES. On the other hand, the second characteristic measure, in this case associated with the Shubnikov-de Haas (SdH) oscillations, is the appearance of values close to zero of the diagonal magnetoresistance ρ_{xx} , observed at values of magnetic field coincident with the appearance of quantized values of ρ_{xy} .

There is the possibility of controlling not only the charge, but the orientation of the spin of electrons through a magnetic (or electric) field which leads to a recent discipline³: the “*Spintronic*”. In 1990 Datta and Das⁴ proposed a transistor using the control of the spin polarization of electrons by means of an electric field [spin-orbit interaction (SOI)]. In the device designed by Datta and Das the spin polarized electrons are injected (in the 2DES formed in the channel under the gate contact) and collected by the ferromagnetic electrodes. The basic idea of this device is the control of the electron spin orientation tuning the gate voltage, and hence to control the charge current involved. One of the determinant

factors that affect the developing of the *spintronic* is the SOI.

An example of 2DES is the confined electron system in the quantum well (QW) formed in the junction SiO_2 -Si of a MOSFET [Figs. 1(a) and 1(b)]. The depth and width of the QW, and hence the carrier concentration, can be controlled with the gate potential.

Other way of confinement is in the QW formed in the heterojunction of III-V semiconductors⁵ such as GaAs-AlGaAs. In both kind of confinement, the QW can be modeled as a triangular infinite well,⁶ with subbands energy levels $E_i = (\hbar^2/(2m^*))^{1/3} [(3\pi/2)|e|E(i - 1/4)]^{2/3}$, where $i = 1, 2, 3, \dots$ is the subband index, e is the electron charge, E is the electric field, m^* is the effective mass of the carriers and $\hbar = h/2\pi$. If the carriers are confined in the z -axis, and can move freely in the (x, y) plane, the energy is obtained by the expression

$$E = E_i + \hbar^2 k^2/(2m^*), \quad (2)$$

where $\mathbf{k}(k_x, k_y)$ is the two-dimensional (2D) wave vector. The 2DES is formed by the sum of the electron subsystems related to subbands with energy E_i . The density of states (DOS) of the 2D subsystems are obtained by the expression⁷

$$D(E)_i = \frac{m^*}{\pi \hbar^2}; \quad E_i \leq E \leq E_F, \quad (3)$$

where E_F is the Fermi level. The DOS expression takes into account the spin degeneration (two carriers with the same energy and with *spin-up* and *spin-down* orientations each one).

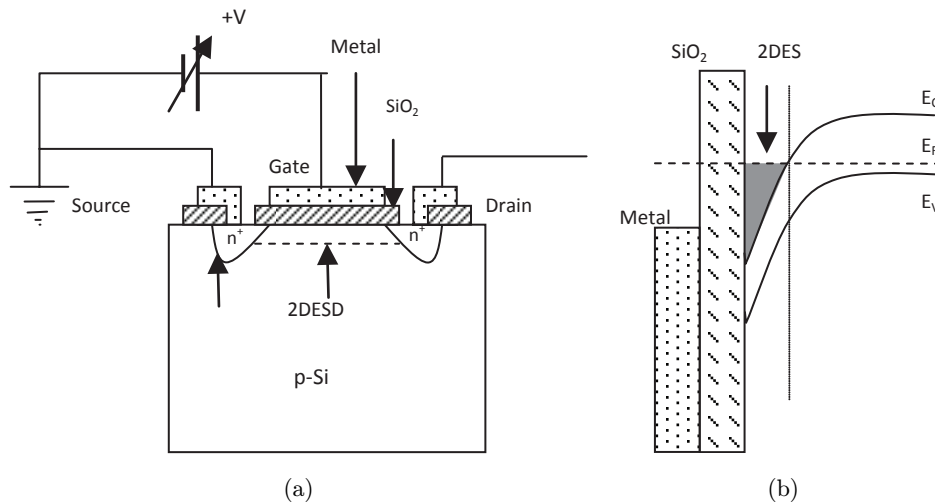


Fig. 1. (a) Two-dimensional electron system confined in a MOSFET device and (b) QW formed by the curvature of the bands due to the continuity of the Fermi level.

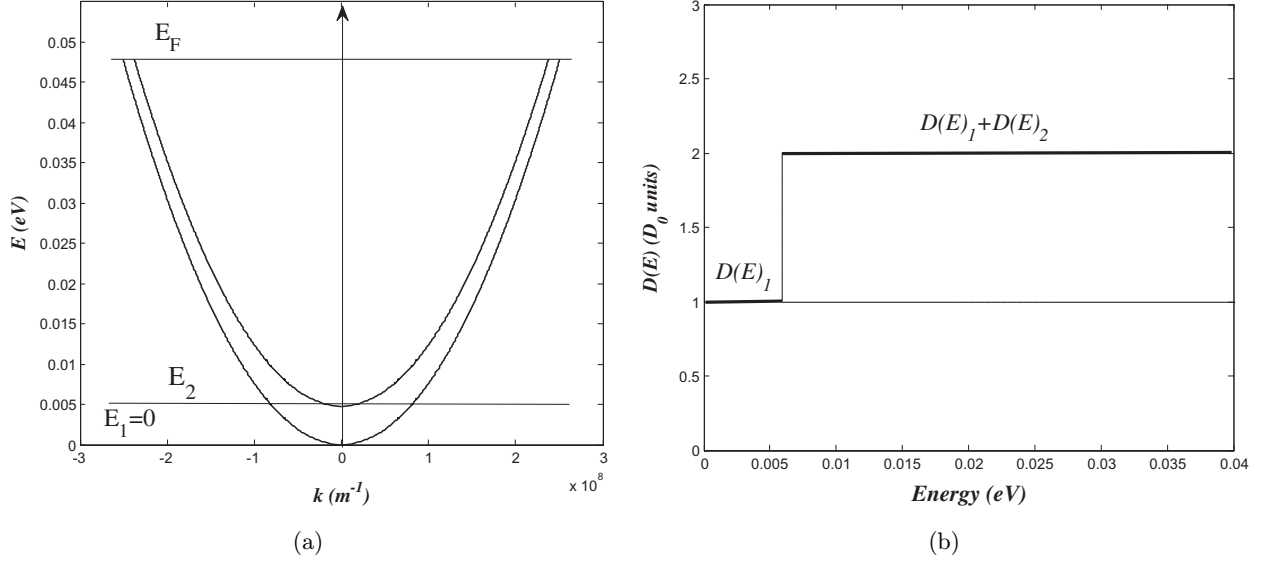


Fig. 2. (a) Dispersion relation of the two electron subsystems confined in a QW, with energy sublevels E_1 and E_2 and (b) total density of states (in relative units to $D_0 = m^*/(\pi\hbar^2)$) of the two electrons subsystems confined in a quantum well.

Figure 2(a) shows the dispersion relation [Eq. (2)] of the subsystems that forms the 2DES, and Fig. 2(b) shows the DOS of the 2DES. The whole 2DES carrier concentration is related to the Fermi level by the identity

$$n = n_1 + n_2 = \int_{E_1}^{\infty} f_0(E) D(E)_1 dE + \int_{E_2}^{\infty} f_0(E) D(E)_2 dE, \quad (4)$$

where $f_0(E) = 1/[\exp\{(E - E_F)/(KT)\} + 1]$ is the equilibrium Fermi distribution function. At temperature close to zero, Eq. (4) has the form:

$$n = n_1 + n_2 = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} (E_F - E_1) + \frac{m^*}{\pi\hbar^2} (E_F - E_2). \quad (5)$$

In systems, where only the first energy subband is occupied, and assuming $E_1 = 0$ as zero energy reference, the Fermi level is computed by the expression⁸ $E_F = KT[\log(\exp\{\hbar^2\pi n/(kTm^*)\}) - 1]$ relative to each subband. At temperatures close to zero the Fermi level is expressed by the expression $E_F = \hbar^2\pi n/m^*$.

2. Two-Dimensional Electron System with Spin–Orbit Interaction

As we said before, the manipulation of the spin allows the developing of a new family of devices where the orientation of the spin is a new variable.

An electron that moves with a velocity \mathbf{v} in the presence of an electric field, feels an effective magnetic field $\mathbf{B} = \mathbf{v} \times \mathbf{E}/c^2$, leading to the SOI. In semiconductor heterostructure devices (AlGaAs/GaAs, InGaAs/InAs, InGaN/GaN), one of the causes of the change of the spin orientation is due to the SOI, created by the built in potential formed by the structure inversion asymmetry (SIA) of the heterojunction where resides the 2DES. This potential can be modified externally by the gate contact. This SOI effect due to the SIA is known as Rashba effect.^{9,10} On the other hand, when the crystal has noninversion symmetry, the electrons are submitted to an intrinsic electric field dependent of their crystal directions, what implies the modification of the spin orientation by an intrinsic SOI. This kind of interaction^{11,12} is called Bulk Inversion Asymmetry (BIA), and is observed in materials like AlGaAs. (Blend type) or GaN (Wurtzite type). Based on these SOI effects, Nitta²⁰ and Schliemann *et al.*²⁵ proposed the development of field effect transistor devices, where the control of the spin of electrons is achieved by means of the gate electric field.

The Hamiltonian of electrons confined in a QW when the two kinds of SOI are present is

$$H = \frac{p^2}{2m^*} + H_{\text{SIA}} + H_{\text{BIA}}. \quad (6)$$

For a 2DOS confined in the QW in a heterojunction formed by III–V materials, where [001] is

the confinement direction, the SOI Hamiltonian due to the BIA is¹³

$$H_{\text{BIA}} = \gamma[-\langle k_z^2 \rangle (k_x \sigma_x - k_y \sigma_y) + (k_y^2 k_x \sigma_x - k_x^2 k_y \sigma_y)], \quad (7)$$

where k_x, k_y , and k_z , are aligned along the directions [100], [010] and [001] respectively, γ is a parameter that depends on the type of material, and $\langle k_z^2 \rangle \approx (\pi/d)^2$ (d is the width of the well).^{14,15} In the high confinement approximation¹⁶ $\langle k_z^2 \rangle \gg k_F^2$, and the first term of Eq. (7) is the most significant, hence the expression (7) can be written as $H_{\text{BIA}} = -\gamma \langle k_z^2 \rangle \times (k_x \sigma_x - k_y \sigma_y) = \beta (k_x \sigma_x - k_y \sigma_y)$. The term $\beta = -\gamma \langle k_z^2 \rangle$ is known as Dresselhauss parameter, and it depends on the material properties and the quantum well width.¹⁷ The eigenvalues of the Hamiltonian [Eq. (9)] when only the BIA term is present is given by^{18,13}

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm \beta \left[k - \frac{k^3}{2 \langle k_z^2 \rangle} \sin^2(2\theta) \right], \quad (8)$$

where θ is the angle between the wave vector and the [100] direction.

On the other hand, the SOI Hamiltonian due to the SIA of the electrons confined in a QW ([001] is the confinement direction) is

$$H_{\text{SIA}} = \alpha (k_x \sigma_y - k_y \sigma_x), \quad (9)$$

where α is the Rashba parameter, and σ_i are the Pauli matrices. The energy of the electrons when only the SIA term is present in Eq. (6) is

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \pm \alpha k. \quad (10)$$

2.1. Effective SOI magnetic fields

2.1.1. BIA effective magnetic field

In the case of SOI due to the BIA, the orientation of the electron spin is related to orientation of the effective magnetic field, that is obtained relating the Eq. (7) BIA Hamiltonian with an effective magnetic field Hamiltonian by¹⁹ $H_{\text{BIA}} \sim \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_{\text{BIA}}$. For a fixed value of \mathbf{k} the energy eigenvalues obtained are $E(\mathbf{k}, \uparrow)$ and $E(\mathbf{k}, \downarrow)$ for each spin orientation, and related to the effective magnetic field through the expression¹⁶

$$E(\mathbf{k}, \uparrow) - E(\mathbf{k}, \downarrow) = g^* \mu_B |\mathbf{B}_{\text{BIA}}(\mathbf{k})|, \quad (11)$$

where g^* is the effective g factor. Taking into account the linear and cubic dependences of (7) with the wave vector, we can express \mathbf{B}_{BIA} as:

$$\mathbf{B}_{\text{BIA}}(k_x, k_y) = \mathbf{B}_{\text{BIA},1}(k_x, k_y) + \mathbf{B}_{\text{BIA},3}(k_x, k_y), \quad (12)$$

where

$$\mathbf{B}_{\text{BIA},1}(k_x, k_y) = \frac{2\beta}{g^* \mu_B} \begin{pmatrix} k_x \\ -k_y \end{pmatrix} \quad (13)$$

and

$$\mathbf{B}_{\text{BIA},3}(k_x, k_y) = \frac{-2\beta}{g^* \mu_B \langle k_z^2 \rangle} \begin{pmatrix} k_x k_y^2 \\ -k_y k_x^2 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

The magnitude of $\mathbf{B}_{\text{BIA},1}$ has no dependence on the direction of \mathbf{k} , and $\mathbf{B}_{\text{BIA},3}$ has a maximum value in the [110] y [1 $\bar{1}$ 0] directions, and is zero in [100] and [010] ones.

2.1.2. SIA Effective Magnetic Field

In the case of SOI due to the SIA, an Hamiltonian that link the Hamiltonian (9) with an effective magnetic field¹⁹ is

$$H_{\text{SIA}} = \alpha (k_x \sigma_y - k_y \sigma_x) = \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{B}_{\text{SIA}} \quad (15)$$

and then,

$$\mathbf{B}_{\text{SIA}}(k_x, k_y) = \frac{2\alpha}{g^* \mu_B} \begin{pmatrix} k_y \\ -k_x \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Figure 3 shows the linear and cubic orientation of the effective BIA magnetic field, and the orientation of the effective SIA magnetic field, computed at a fixed value of $|\mathbf{k}|$.

Experimental values of Rashba and Dresselhauss parameters, measured in confined 2DES in II-V materials heterojunctions are $\alpha \sim 0.7 \times 10^{-11}$ eVm^{20,21} and $\beta \sim 1.4 \times 10^{-13}$ eVm,¹⁶ respectively. A theoretical result of the Rashba parameter was obtained by Andrada *et al.*,²² which shows that $\alpha \sim E_g^{-2}$ (E_g is the gap energy between conduction and valence bands of the material which is confined as the 2DES). Table 1 shows the BIA (linear and cubic) and SIA effective magnetic fields, computed in a 2DES confined in a III-V QW with $d = 10$ nm, at values $\alpha = 0.5 \times 10^{-11}$ eVm and $\beta = 1.5 \times 10^{-13}$ eVm. The wave vector is $|k| = 1.78 \times 10^8$ m⁻¹, and $g^* = 5$.

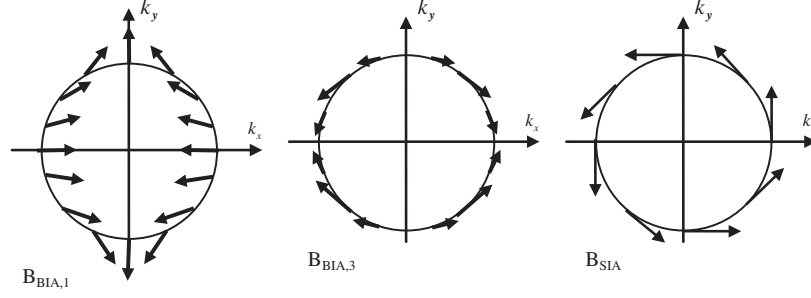


Fig. 3. Effective magnetic field orientation due the BIA (linear and cubic) and SIA SOI.

Table 1. BIA (linear and cubic) and SIA effective magnetic fields.

Direction \ $B(T)$	\mathbf{B}_{BIA1} (B_{BIA1x}, B_{BIA1y})	\mathbf{B}_{BIA3} (B_{BIA3x}, B_{BIA3y})	\mathbf{B}_{SIA} (B_{SIAx}, B_{SIAy})
[110]	(0.16, -0.16)	(0.03, -0.03)	(5.4, -5.4)
[100]	(0.23, 0)	(0, 0)	(7.7, 0)

The above table data shows that the Rashba effect has more weight than the Dresselhauss effect. On the other hand, the α parameter can be controlled by an external electric field.²³ In the rest of the document, we will show the effect of the Rashba effect on 2DES, neglecting the Dresselhaus effect.

The eigenvalues of Eq. (9) when only Rashba effect is present are:

$$E_{\pm} = E_i + \frac{\hbar^2}{2m^*} k^2 \pm \alpha k. \quad (17)$$

The DOS of the 2DES effected by the Rashba SOI is¹³

$$D(E)_{i,\pm} = \frac{D_0}{2} \left(1 \mp \frac{\alpha}{\sqrt{(2\hbar^2/m^*)E + \alpha^2}} \right); \quad E \geq E_i$$

$$D(E)_{i,-} = D_0 \frac{\alpha}{\sqrt{(2\hbar^2/m^*)E + \alpha^2}}; \quad E < E_i, \quad (18)$$

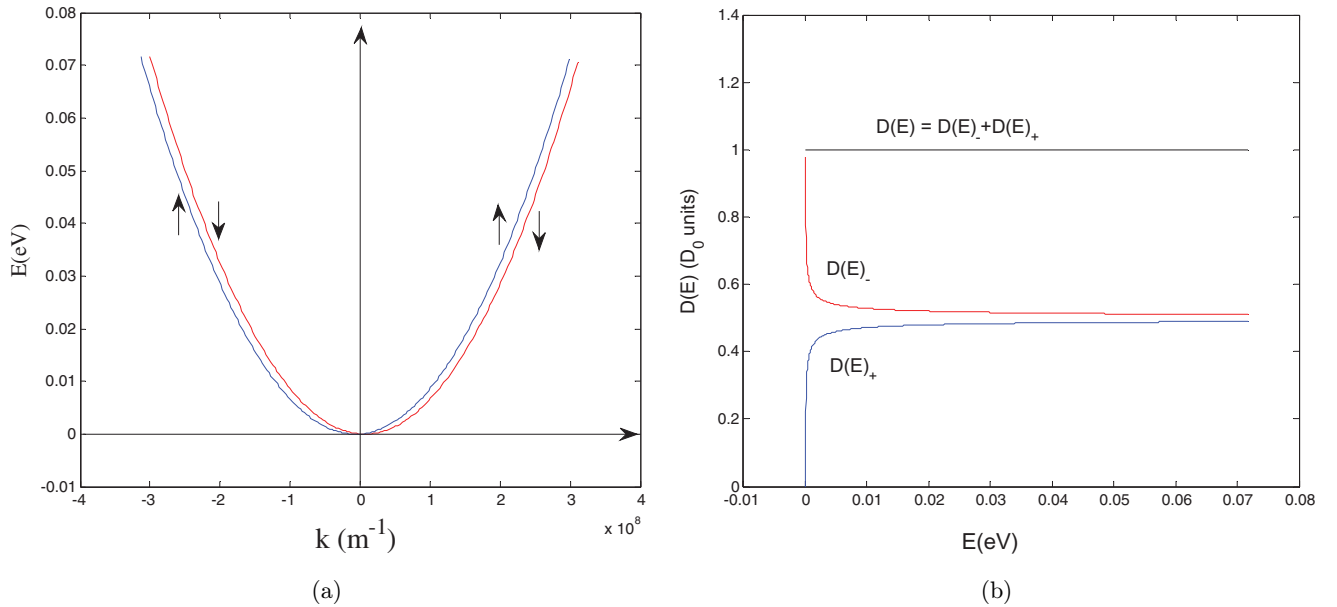


Fig. 4. (a) Dispersion E versus \mathbf{k} plot of the 2DES affected by Rashba SOI. From Eq. (20). Red and blue branches are related to the carriers with opposite spin directions and the same \mathbf{k} vector and (b) Density of states of the 2DES from Eq. (21). $D(E)_-$ and $D(E)_+$ are related to systems with energies E_- and E_+ (color online).

where $D_0 = m^*/(\pi\hbar^2)$, and E_i is the energy level of the i subband. Due to SOI, each state of momentum \mathbf{k} has two values of the energy, corresponding to the parallel–antiparallel spin orientations. Figure 4(a) shows the dispersion relation (k, E) [Eq. (17)], where two branches are plotted for a \mathbf{k} direction. The arrows show the spin-up (blue) and the spin-down (red). Figure 4(b) shows the normalized DOS. The DOS has been computed as the sum of two independent systems, with energy carrier E_- and E_+ , respectively. It is assumed a 2DES confined in the first subband of the well, and with the zero reference $E_1 = 0$. The 2DES used parameters to compute the energy and the DOS in the figures are $n_e = 1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$, $\alpha = 10^{-11} \text{ eVm}$, and an effective mass $m^* = 0.05 m_0$.

Hence, using the relation (4) and the DOS (18), and taking into account that $E_F = (\pi\hbar^2/m^*)n_e - \alpha^2 m^*/\hbar^2$, the carrier concentration of the 2DES can be computed as $n_e = n_{e+} + n_{e-}$, and where

$$n_{e\pm} = \frac{n_e}{2} \mp \frac{\alpha}{8\pi} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^2 \sqrt{8\pi \left(\frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^2 n_e - \alpha^2}, \quad (19)$$

is the carrier concentration related to the two independent branches in Fig. 4(a) ($n_{e+} < n_{e-}$) and¹³

$$\alpha = \sqrt{2\pi} \frac{\hbar^2}{2m^*} [\sqrt{n_e + \Delta n_e} - \sqrt{n_e - \Delta n_e}],$$

$$\Delta n = |n_{e+} - n_{e-}|. \quad (20)$$

This relation is useful to compute the Rashba parameter. The carrier concentrations n_{e+} and n_{e-} can be obtained from measures of magnetoresistance (Shubnikov-de Haas oscillations).²⁴

3. Two-Dimensional Electron System Immersed in a Magnetic Field

When a magnetic field \mathbf{B} is applied normal to the 2DES, the energy of the carriers becomes quantized in “Landau levels” (LLs), and the spin degeneration is broken by the Zeeman effect. The energy of the carriers that filled the “ i ” subband or the QW is computed by

$$E_{iNs} = E_i + \left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega + s \frac{1}{2} g^* \mu_B B, \quad (21)$$

where $N = 0, 1, 2, \dots$ is an integer number, $\omega = eB/m^*$ is the cyclotron frequency, g is the Landé

factor ($g = 2$ for the free electron) and μ_B the Bohr magneton. The factor $s = \pm$ takes into account of each spin orientation in order to compute the Zeeman energy. The theoretical DOS related to every Landau level is determined by the value $D_0 = eB/h$. In a real 2DES where impurities, defects and phonons perturbed the carriers, the DOS can be modeled by the *ad hoc* gaussian expression⁶

$$D(E) = \frac{eB}{h} \sum_N \sum_s \left[\left(\frac{\pi}{2} \right) \Gamma_{Ns}^2 \right]^{-1/2} \times \exp \left\{ \frac{-2(E - E_{Ns})^2}{\Gamma_{Ns}^2} \right\}, \quad (22)$$

where Γ_{Ns} is related to the width of the LLs. Another spread function approach for the DOS is the lorentzian shape (Shoenberg 1984). However, in the heterostructures formed by III–V compounds, the best approach to the experimental results of the SdH oscillations is determined by assuming the gaussian shape for the LLS. The width of the LLs has a dependence with the magnetic field by Ref. 6 $\Gamma_{Ns} \sim \sqrt{B}$. When the system confined in the QW occupied several subbands, the DOS is computed by

$$D(E) = \frac{eB}{h} \sum_i \left\{ \sum_N \sum_s \left[\frac{\pi}{2} \Gamma_{Ns}^2 \right]^{-1/2} \times \exp \left\{ \frac{-2(E - E_{iNs})^2}{\Gamma_{Ns}^2} \right\} \right\}. \quad (23)$$

In the case of only two occupied subbands, the whole 2DES can be viewed as four subsystems, two spin-up ($s = +$) and spin-down ($s = -$) systems occupying the first subband ($i = 1$) and another two systems with spin-up and spin-down orientation occupying the second subband ($i = 2$).

Figure 5 shows the whole DOS (black line) of the 2DES confined in two subbands of the QW, where $E_1 = 0 \text{ eV}$ and $E_2 = 0.04 \text{ eV}$. Red and blue lines are related to the spin-up and spin-down subsystems in both subbands. The applied magnetic field has a value of $2T$. The Fermi level is $E_F = 0.056 \text{ eV}$ and the width of the LL was obtained from the expression $\Gamma_n = \Gamma_0 + 8 \times 10^{-35} \sqrt{\omega/\tau}$, with $\Gamma_0 = 0.005 E_F$ and $\tau = 10^{-12} \text{ s}$. The carrier effective mass is $0.05 m_0$ and the effective g factor is 6. The carrier concentration of the whole 2DES is obtained by the sum of the carrier concentrations that fills each subband. On the other hand, as the carriers in the subbands are spin-up (\uparrow) and spin-down (\downarrow)

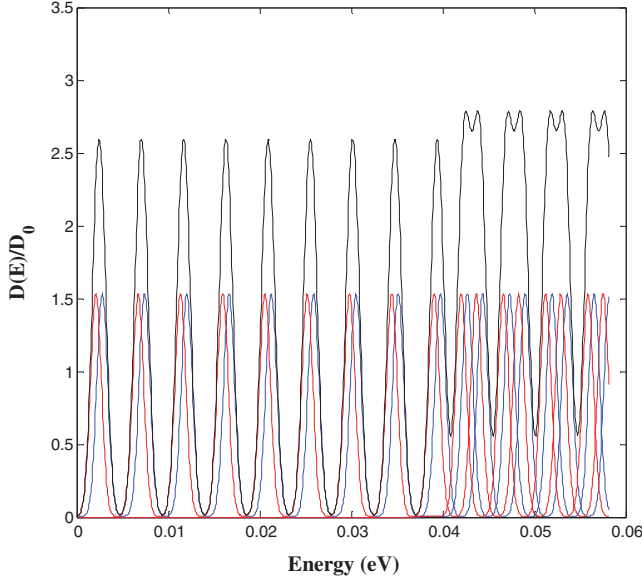


Fig. 5. Density of states normalized of a 2DES confined in a QW with two occupied subbands and immersed in a 2T magnetic field (color online).

polarized, then the carrier concentration can be obtained by

$$n_e = \int D(E) f_0(E) dE = n_{e1\uparrow} + n_{e1\downarrow} + n_{e2\uparrow} + n_{e2\downarrow}, \quad (24)$$

i.e., the 2DES confined in a QW, occupying two subbands and immersed in a magnetic field, can be treated as four “two-dimensional systems” with DOS given by Eq. (23) and carrier concentrations given by Eq. (24). The factor $f_0(E)$ is the equilibrium Fermi distribution.

If the Rashba SOI is present, the energy of the carriers are given by^{25,26}

$$E_{INS} = E_i + \hbar\omega \left[N + s \frac{1}{2} \sqrt{\left(1 - g^* \frac{m^*}{2m_0}\right)^2 + \frac{8m^{*2}\alpha^2}{\hbar^3 e B}} N \right];$$

$$N = 1, 2, 3, \dots; \quad s = \pm$$

$$E_{i0-} = E_i + \frac{1}{2}(\hbar\omega - g^* \mu_B B); \quad N = 0. \quad (25)$$

Figures 6(a) and 6(b) show the density of states of a 2DES immersed in a magnetic field when $\alpha = 0$ and $\alpha = 10^{-11}$ eVm, respectively. The data used to compute the DOS are the same, that it used to plot Figs. 4(a) and 4(b), where only the first subband is filled, with a reference value $E_1 = 0$. The effective

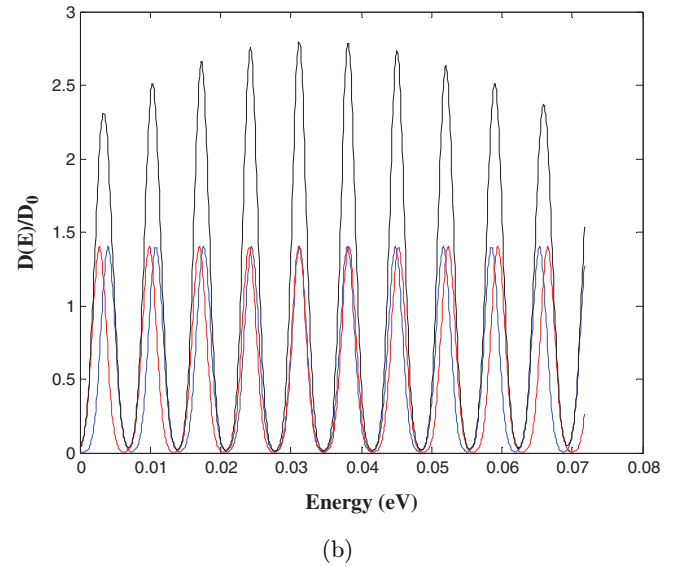
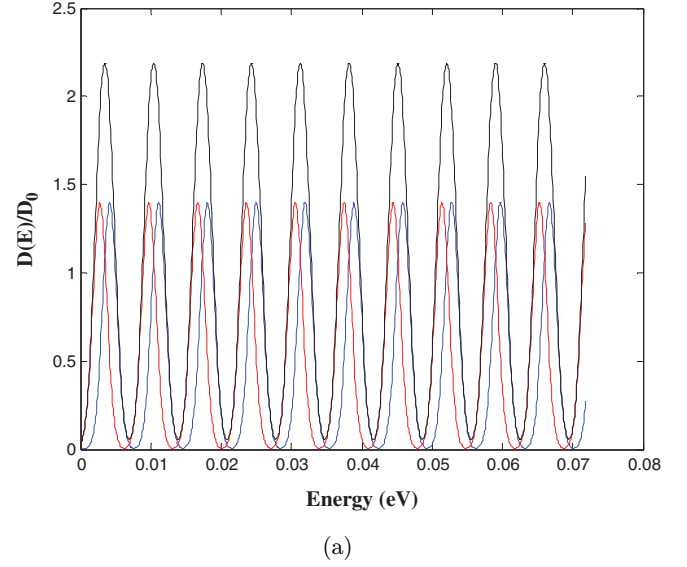


Fig. 6. (a) Density of states of a 2DES immersed in a magnetic field when only Zeeman effect exists (red and blue lines are related to spin-up and spin-down subsystems DOS) and (b) Density of states of a 2DES immersed in a magnetic field where Rashba and Zeeman effects are present. (red and blue lines are related to spin-up and spin-down subsystems DOS) (color online).

Landé factor is $g = 6$. The value of the magnetic field is $B = 2T$. Red and blue lines in Fig. 7 correspond to spin-up ($D(E)_{s=+}$) and spin-down ($D(E)_{s=-}$) DOS, and therefore to spin-up and spin-down subsystems. In Fig. 6(a), the energy splitting of the LL has a constant value of $g^* \mu_B B$ (Zeeman energy). In Fig. 6(b), the energy of the LL is given by Eq. (25), and the splitting of the LLs varies not only with the external magnetic field (Zeeman

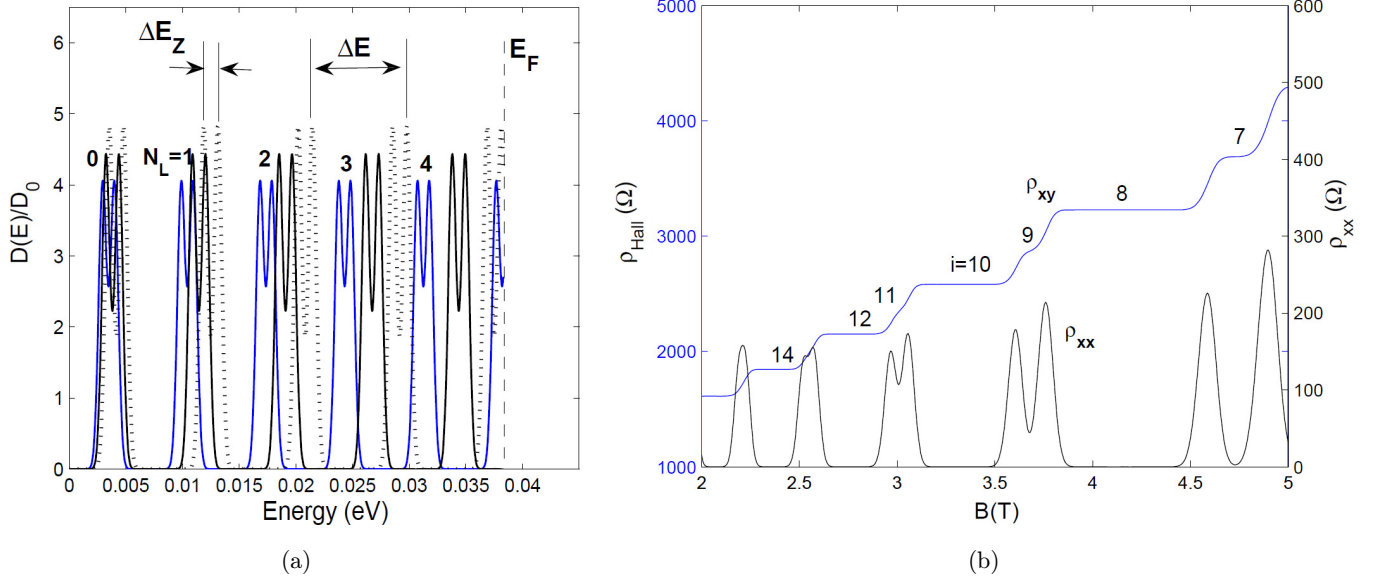


Fig. 7. (a) DOS computed at 3 T (blue line), 3.3 T (black line) and 3.6 T (dotted line) and (b) Hall (blue line) and diagonal magnetoresistances (color online).

effect), but also varies with the Rashba parameter and the LL index. The whole DOS $D(E)$ is a modulated function due to the sum of the two spin subsystems DOS.^{27,28}

4. Magnetotransport

In the semi-classical model that we present, the electron is described by means of a wave packet²⁹:

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}'} G(\mathbf{k}') \exp \left[i \left(\mathbf{k}' \mathbf{r} - \frac{\hbar k'^2}{2m^*} t \right) \right], \quad (26)$$

$$G(\mathbf{k}') \approx 0, \quad |\mathbf{k}' - \mathbf{k}| > \Delta k,$$

where \mathbf{r} and $\hbar \mathbf{k}$ are the expected values of the spatial coordinate and momentum, respectively. The time evolution of these variables when the magnetic and electric fields are applied, is given by the equations

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_l(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}}, \quad (27)$$

$$\hbar \frac{d\mathbf{k}}{dt} = (-e)[\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v}(\mathbf{k}) \times \mathbf{B}], \quad (28)$$

where $E_l(\mathbf{k})$ is the energy of the carrier in the “ l ” band. The force F that feels the carrier must satisfy $\lambda F \ll \langle E \rangle$, where $\lambda = 2\pi/k$ is the de Broglie wavelength. Also it must fulfil the condition $\omega\tau > 1$ in order to make sense of the concept of electronic orbits, where τ is the carriers relaxation time.

When an external magnetic field is applied normal to the 2DES placed in the (x, y) plane, the density of current is obtained by Ref. 30 $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -e \int \mathbf{v}(\mathbf{k}) f(\mathbf{k}) D(E) dE$, where $f(\mathbf{k})$ is the distribution function when both electric and magnetic fields are applied. The electric conduction obeys the Ohm’s law, and the current is related to the electric field by $\mathbf{j} = [\sigma] \mathbf{E}$, where $[\sigma]$ is the conductivity tensor. Therefore, the Ohm’s law is transformed to³¹

$$\begin{bmatrix} j_x \\ j_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}, \quad (29)$$

where

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \left[\frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} \right] \frac{e^2 \tau N_e}{m^*}, \quad (30)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = - \left[\frac{(\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} \right] \frac{en_e}{B},$$

are the diagonal (σ_{xx}) and Hall (σ_{xy}) magneto-conductivities. The term

$$n_e(B) = \int_{-\infty}^{\infty} f_0(E) D(E) dE, \quad (31)$$

is the equilibrium concentration of carriers, and

$$N_e(B) = \int_{-\infty}^{\infty} D(E) E \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE, \quad (32)$$

is the nonequilibrium carrier concentration, f_0 is the Fermi distribution function. At temperatures close to zero K, the nonequilibrium term can be computed by the approximation³² $N_e(B) = \int_{-\infty}^{\infty} D(E)E\delta(E - E_F)dE = D(E_F)E_F$, where $\delta(E - E_F)$ is the delta function. The tensor of the magnetoresistivity is obtained by the relation $[\rho] = [\sigma]^{-1}$, whose components are

$$\begin{aligned}\rho_{xx} = \rho_{yy} &= \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}, \\ \rho_{xy} = -\rho_{yx} &= -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}.\end{aligned}\quad (33)$$

On the other hand, the model is based on two assumptions^{27,31}: first, the existence of a flow of carriers from/to the QW to/from the heterostructure where it is immersed (the heterostructure behaves as a “source/sink” of charges), and where long relative variations in the 2DES carrier concentration occur with negligible variations in the 3D carriers density of the environment; second, external magnetic fields and/or SOI break the spin degeneration, splitting the 2DES into two independent 2DESs, one with parallel spin and the other with antiparallel one. The first assumption provides a constant value of Fermi level in the 2DES, even when the 2D carrier concentration changes when the applied magnetic field varies. The second assumption leads us to consider the electron system as the sum of two 2DES independent spin subsystems.

The DOS $D(E)$ is given by Eq. (23). When only the first subband is occupied in the QW, as the applied magnetic field increases, the number of LLs with energy lower than Fermi energy decreases. On the other hand, the degeneracy of each LL increases (eB/h), therefore, also increases the carrier concentration in the 2DES. When all the LLs are fully filled, the electron concentration can be computed by

$$n_e = i \frac{eB}{h}, \quad (34)$$

where “ i ” is the number of the unfolded³³ LLs (one LL for each spin orientation), also called “filling factor”. Therefore, as the magnetic field grows, the factor “ i ” decreases and the carrier concentration varies, fluctuating around the value n_{e0} measured at zero magnetic field. The term N_e is related to the carrier concentration at Fermi level, and varies strongly when the LLs crossing the Fermi level. At high magnetic fields where $\omega\tau \gg 1$, the Hall

magnetoconductivity [Eq. (30)] has the value

$$\sigma_{xy} = -\frac{en_e}{B} = -i\frac{e^2}{h} \quad (35)$$

and

$$\rho_{xy} = \frac{h}{ie^2}, \quad (36)$$

where $h/e^2 = 25812.8 \Omega$ is called the Klitzing constant.^{2,34}

Figure 7(a) shows the evolution of the DOS (normalized) of a 2DES subjected to three magnetic fields: 3 T (blue line), 3.3 T (black line) and 3.6 T (dotted line), respectively. The density of states is calculated using data from a real electron system at a temperature of 20 mK, where the initial carrier concentration (at zero magnetic field) is $8 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$. The effective mass of the carriers is $m^* = 0.05 m_0$ and $\tau = 10^{-12} \text{ s}$ is the relaxation time. The width of the LLs is $\Gamma_N = 0.018 E_F$ ($E_F = 0.038 \text{ eV}$), and $g^* = 6$ is the effective g -factor.

Figure 7(b) shows the diagonal (ρ_{xx}) and Hall (ρ_{xy}) magnetoresistivities of the system at values of the magnetic field between 2 T and 5 T, calculated with the data cited above. Under these conditions, when the value of the magnetic field is 3 T, the DOS has five Landau levels (each unfolded by Zeeman effect) and a part of the sixth LL below the Fermi level, in this case ρ_{xx} , $\rho_{xy} \neq 0$ and . When the magnetic field is 3.3 T, five unfolded LLs are below E_F , and the filling factor is $i = 10$ and the value of the Hall magnetoresistance is $\rho_{xy} = h/(10e^2) = 25.8128 \Omega$, the diagonal magneto resistance has a zero value, since there is no carriers at Fermi level (at this point, it is said that the system is in quantum Hall regime). While there are no electrons in the Fermi level, the value of ρ_{xy} is constant, showing a plateau in the graph ρ_{xy} versus B . At $B = 3.6 \text{ T}$, the first peak of the unfolded fifth LL crosses the Fermi level, and at this value of the field, ρ_{xy} grows and ρ_{xx} has a maximum.

When the 2DES is confined in a QW where two subbands are filled, each subband energy level can be considered as a pocket that contains two independent 2DES, with spin parallel and antiparallel to the magnetic field. The magnetoconductivity is obtained by the expression

$$[\sigma] = \sum_i \sum_s [\sigma]_{is}, \quad (37)$$

where the components of $[\sigma]$ are

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sum_i \sum_s \left\{ \frac{e^2 N_{eis} \tau_{is}}{m^*} \frac{1}{1 + (\omega \tau_{is})^2} \right\}, \quad (38)$$

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \sum_i \sum_s \left\{ \frac{e^2 n_{eis} \tau_{is}}{m^*} \frac{\omega \tau_{is}}{1 + (\omega \tau_{is})^2} \right\}. \quad (39)$$

The equilibrium carrier concentration n_{eis} and relaxation time τ_{is} corresponds to the QW energy level E_i and “ $s = \pm$ ” denotes the unfolded LL and therefore the spin orientation. The whole 2DES concentration is computed by Eq. (24). The non-equilibrium carrier concentration N_{eis} computed at Fermi level is obtained by the expression (33). In both cases the DOS is given by Eq. (23). The Ohm’s law can be written as $\mathbf{j} = [\sigma] \mathbf{E} = (\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2)_\uparrow + (\mathbf{j}_1 + \mathbf{j}_2)_\downarrow$, where four currents are involved in the electric conduction.

In order to test the model, we obtain the magnetoresistivity of a 2DES confined in an inverted modulation doped $\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}/\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ QW structure grow on a Fe-doped (100) InP substrate. The electron system is confined in the undoped $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ layer of 20 nm thickness. A gate electrode was made on the top of the structure. Can-Ming Hu *et al.*³⁵ have done measurements of the carrier concentration and magnetoresistivity (SdH oscillations) at various values of gate voltage V_g on this 2DES. One or two subbands are occupied depending on V_g . This model reproduces the experimental SdH data when one or two subbands are occupied, and compute the magnetoconductivity of each subband and the Hall magnetoresistivity, showing in both cases the “plateaux” when the system is in quantum Hall regime. The 2DES is also affected by Rashba SOI. Table 2 shows the experimental data³⁵ used as input parameters in the magnetoconduction model. Other parameters are: effective mass $m^* = 0.05 m_0$, relaxation time $\tau = 1.0 \times 10^{-12}$ s, effective g factor³⁶ $g^* = 4$, and the width of the LLs is $\Gamma_n = 0.01 E_F + 8 \times 10^{-35} \sqrt{\omega/\tau}$. The computed energy subband levels are $E_1 = 0.0$

Table 2. Experimental data from Ref. 35, used to compute the SdH oscillations.

V_g (V)	n_{e1} (m^{-2})	n_{e2} (m^{-2})	α_1 (eVm)	α_2 (eVm)
0.1	2.3×10^{16}	—	0.7×10^{-11}	—
1.5	2.7×10^{16}	0.9×10^{16}	0.6×10^{-11}	0.6×10^{-11}

eV (taken as reference zero), $E_2 = 0.09$ eV, and the Fermi level $E_F = 0.13$ eV.

The data n_{e1} and n_{e2} in Table 2 correspond to the equilibrium carrier densities of the first and second subbands respectively, measured at zero magnetic field. When $B \neq 0$, the energy degeneracy is broken, therefore the carrier densities are:

$$n_{e1}(B) = n_{e1-}(B) + n_{e1+}(B), \quad (40a)$$

$$n_{e2}(B) = n_{e2-}(B) + n_{e2+}(B)$$

and the whole carrier concentration is obtained by

$$n_e(B) = n_{e1}(B) + n_{e2}(B). \quad (40b)$$

The carrier densities at Fermi level are computed by Eq. (32) and

$$N_{e1}(B) = N_{e1-}(B) + N_{e1+}(B), \quad (41a)$$

$$N_{e2}(B) = N_{e2-}(B) + N_{e2+}(B)$$

and the whole carrier concentration at Fermi level is

$$N_e(B) = N_{e1}(B) + N_{e2}(B), \quad (41b)$$

where \pm refers to the parallel/antiparallel spin orientations. Figure 8 shows the carrier densities in each subband and each orientation of spin, and the whole concentration, obtained by the sum of the spin concentrations.

Figure (9) shows the calculated SdH oscillations (ρ_{xx}), obtained at two values of gate voltage (Table 1). At $V_g = 0.1$ eV, only the first subband is

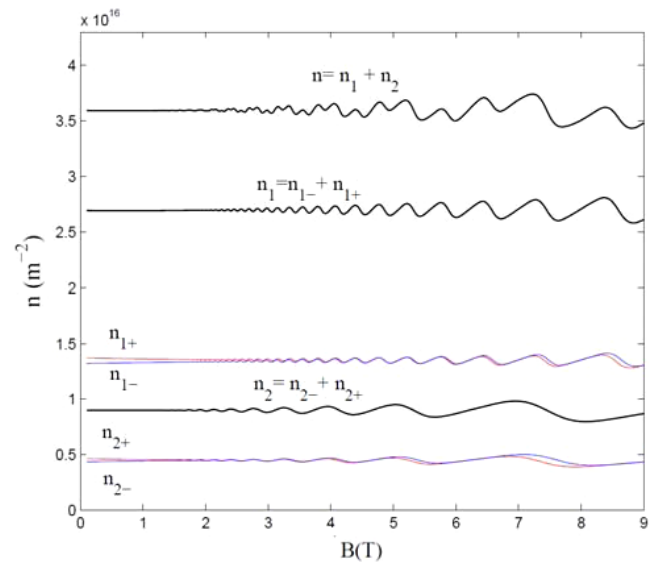


Fig. 8. Carrier concentrations in each subband and each spin orientation (+ blue, - red). The whole subband and 2DES carrier concentration are plotted in black line (color online).

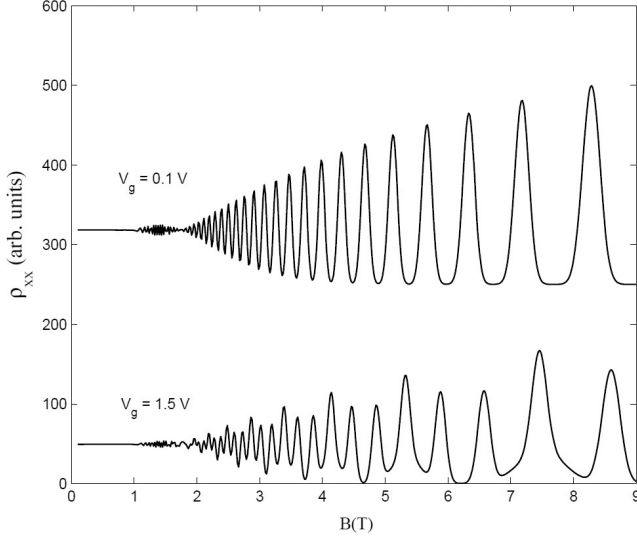


Fig. 9. SdH oscillations computed at two values of gate voltage, calculated by the data from Ref. 35.

occupied. The graph looks like a beating pattern with a node at $B \sim 1.8$ T. This node is due to mismatch of the unfolded LLs at this value of the field, and is a consequence²⁷ of the Rashba SOI. At $V_g = 1.5$ eV, the first and second subband are occupied. The SdH graph is modulated by an envelope function due to carriers of second subband.

Figure 10(a) shows the magnetoconductivity obtained by Eq. (39), where σ_{xy1} and σ_{xy2} are related to first and second subband, respectively. The magnetoconductivity has plateaux in each subsystem, with values (at high magnetic field).

$$|\sigma_{xy1}| = \frac{en_{e1}}{B} = i_1 \frac{e^2}{h} \quad (42a)$$

and

$$|\sigma_{xy2}| = \frac{en_{e2}}{B} = i_2 \frac{e^2}{h}. \quad (42b)$$

Magnetoconductivity has a total value

$$|\sigma_{xy}| = |\sigma_{xy1}| + |\sigma_{xy2}| = (i_1 + i_2) \frac{e^2}{h}. \quad (43)$$

Figure 10(b) shows the Hall magnetoresistivity (ρ_{xy}) and the SdH oscillations (ρ_{xx}) calculated at a broad interval of the magnetic field. The ρ_{xy} plateaus match those obtained in σ_{xy} .

This model also reproduces the experimental results obtained by Nitta *et al.*,²³ where they realized several measurements of the diagonal magnetoresistivity (SdH oscillations) of a 2DES, confined

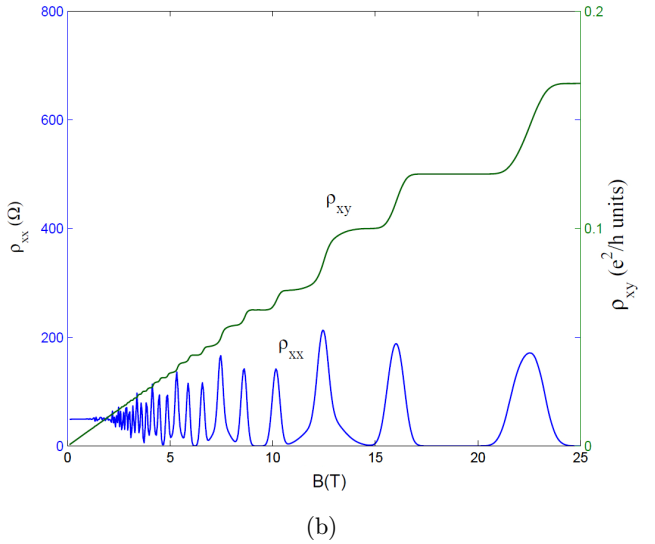
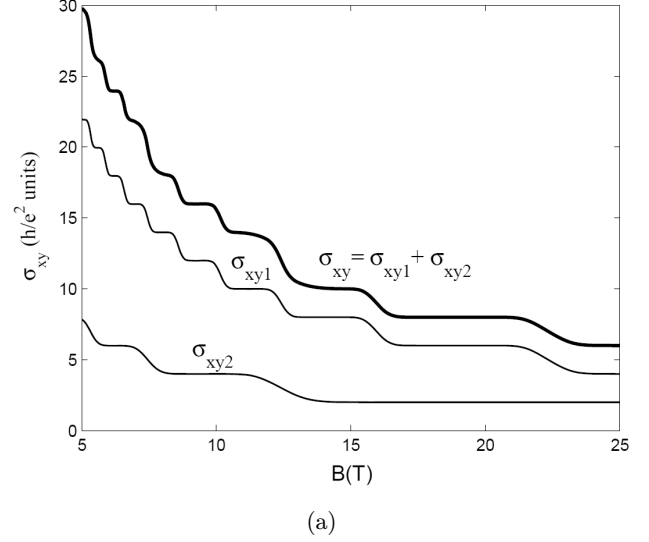


Fig. 10. (a) Magnetoconductivities σ_{xy1} and σ_{xy2} and total magnetoconductivity σ_{xy} computed with data of Table 1 and $V_g = 1.5$ V and (b) SdH (ρ_{xx}) and Hall magnetoresistivity (ρ_{xy}) computed with data of Table 1 and $V_g = 1.5$ V.

in an $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$ heterostructure at 0.4 K. A regular Hall bar sample was made with this structure, where the 2DES is placed in the $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$ layer, and it occupies only the first subband of energy in the QW. An applied voltage V_g on top of device induces a variation on the Rashba parameter α , which is obtained from the no depositions of SdH oscillations. In fact, they show that a negative gate voltage increases the electric field and enhances α .

Table 3 shows the data used to compute the SdH oscillations shown in Fig. 11 at three values of gate potential. The effective mass is $m^* = 0.05m_0$,

Table 3. Experimental data from Ref. 23.

V_g (V)	n_e (m^{-2})	α (eVm)	Γ_0
-0.3	1.8×10^{16}	0.83×10^{-11}	$0.02E_F$
-0.0	1.9×10^{16}	0.77×10^{-11}	$0.015E_F$
0.3	2.0×10^{16}	0.72×10^{-11}	$0.01E_F$

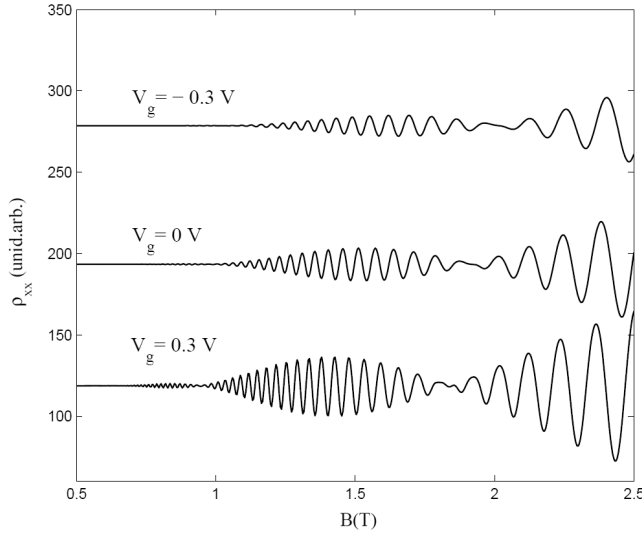


Fig. 11.

relaxation time $\tau = 1.0 \times 10^{-12} \text{ s}$, and the width of the LLs is $\Gamma_n = \Gamma_0 + 8 \times 10^{-35} \sqrt{\omega/\tau}$. The effective g factor³⁶ is $g^* = 4$.

The nodes of the oscillations occur in the region of magnetic field in which there is no coincidence of energy levels (unfolded LLs) at Fermi energy. In fact, it occurs when $(E_{N,+} + E_{N-1,+})/2 = E_{N',-} \approx E_F$, where $N' = N + 1, N + 2, \dots$. When $E_{N,\pm} = E_{N',\mp}$ at Fermi level, the DOS has maxima values and therefore the SdH oscillations.

5. Conclusion

This model shows the robustness of the first principles of solid state physics, and its usefulness in magnetoconductivity modeling of 2DES as well as the quasi-classical approximation. The electronic system has been treated as a set of subsystems belonging to different subbands and spin orientations. The magnetoconductivity is calculated independently for each subsystem, showing the Hall “plateaux” in each subsystem. The magnetoresistivity and SdH oscillations are obtained from the

whole magnetoconductivity (obtained by adding the magnetoconductivities of the subsystems), and shows the magnetoresistivity “plateaux” for ρ_{xy} and the zeros and maxima values of ρ_{xx} . The SOI modifies the value of the energy LLs, and it is manifested experimentally by the appearance of nodes in the SdH oscillations. The model faithfully reproduces the experimental results cited in the Refs. 23 and 35, where the spin-orbit effect (Rashba effect) is present.

References

1. D. F. Holcomb, *Am. J. Phys.* **67**, 278–297 (1999).
2. K. V. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980).
3. I. S. Wolf *et al.*, *Science* **294**, 1488 (2001).
4. S. Datta and B. Das, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 665 (1990).
5. G. Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures*, Les Editions de Physique (1988).
6. T. Ando, A. Fowler and F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437–672 (1982).
7. K. Barnham and D. Vvedensky, *Low Dimensional Semiconductor Structures* (Cambridge University Press, Cambridge, 2001).
8. H. Haug and S. W. Koch, *Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductors* (World Scientific, Singapore, 1990).
9. E. I. Rashba, *Fiz. Tverd. Tela (Leningrad)* **2**, 1224 (1960) [*Sov. Phys. Solid State* **2**, 1109 (1960)].
10. Y. A. Bychkov *et al.*, *J. Phys. C* **17**, 6039 (1984).
11. G. Dresselhauss, A. F. Kip and C. Kittel, *Phys. Rev.* **98**, 368–384 (1955).
12. R. J. Elliot, *Phys. Rev.* **96**, 2 (1954).
13. R. Winkler, *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, (Springer-Verlag, 2003), pp. 77–80.
14. R. Eppenga and F. H. Shuurmans, *Phys. Rev. B* **37**, 10923 (1988).
15. V. Santos and M. Cardona, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 432 (1994).
16. M. Studer, M. P. Walser, S. Baer, H. Rusterholz, S. Schön, D. Schuh, W. Wegscheider, K. Ensslin and G. Salis, *Phys. Rev. B* **82**, 235320 (2010).
17. M. P. Walser, U. Siegenthaler, V. Lechner, D. Schuh, D. eGanichev, W. Wegscheider and G. Salis, *Phys. Rev. B* **86**, 195309 (2012).
18. D. Ferry, *Semiconductors* (IOP Publishing, UK, 2013).
19. A. Andrada, *Phys. Rev. B* **42**, 1921–1924 (1992).
20. J. Nitta *et al.*, *J. Appl. Phys.* **105**, 122402 (2009).
21. L. Meier *et al.*, *Nature Physics* **3**, 650 (2007).

22. E. A. de Andrada e Silva, G. C. La Rocca and F. Bassani, *Phys. Rev. B* **50**, 8523 (1994).
23. J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagiet and T. Enoki, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1335 (1997).
24. S. E. Schacham, E. J. Haugland and S. A. Alterovitz, *Phys. Rev. B*, **45**, 13417–13422 (1992).
25. J. Schliemann, J. C. Egues and D. Loss, *Phys. Rev. B* **67**, 085302 (2003).
26. W. Yang and K. Chang, *Phys. Rev. B* **73**, 045303 (2006).
27. R. Cangas and M. A. Hidalgo, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 162413 (2013).
28. R. Cangas and M. A. Hidalgo, *Semicond. Sci. Technol.* **26**, 105016 (2011).
29. N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Holt Saunders, US, 1981).
30. B. M. Askerov, *Electron Transport Phenomena in Semiconductors* (World Scientific, Singapore, 1994).
31. M. A. Hidalgo and R. Cangas, *Physica E* **42**, 1329 (2010).
32. J. M. Ziman, *Principles of the Theory of Solids* (Cambridge University Press, Cambridge, 1972).
33. J. P. Eisenstein, *Am. J. Phys.* **61**, 179–183 (1993).
34. A. H. MacDonald, *Quantum Hall Effect: A Perspective*, ed. Jaca Book (Springer Netherlands, 1989).
35. Can-MingHu *et al.*, *Phys. Rev. B* **60**, 7736 (1999).
36. J. Nitta *et al.*, *Physica E* **20**, 429 (2004).

